

個別要素法による離散粒状体モデルの動的追跡法

- 一面せん断試験シミュレーションによる検討 -

Dynamic Analysis for The Discrete Particle Model

by Distinct Element Method

- Study on Direct Shear Test Simulation -

松苗 尚人¹⁾ 脊黒 隆大²⁾ 吉田 長行²⁾

Naoto Matsunae, Takahiro Seguro, Nagayuki Yoshida

¹⁾ 法政大学大学院デザイン工学研究科建築学専攻

²⁾ 法政大学デザイン工学部建築学科

This paper has its main objective on simulating the direct shear test which is one of the indoor soil tests by using Distinct Element Method (DEM). As a sub objective, investigating how the variation of the particle size, the particle shapes and the scale of the test piece cause effects on the shear strength of the test piece.

For giving the variation to the particle shape, Combined Distinct Element Method (CDEM) is suggested in this paper, which allows disc elements to be combined rigidly to form irregular shape. From the analysis, it is confirmed that the dilatancy curve of DEM model shows a tendency to distinguish a negative gradient, according to the principle of rotation. This indicates the importance of the shape of element for DEM analysis. Also simplification of the model by a polynomial approximation is effective for estimation of the shear stress.

As a result, the direct shear box test is correctly simulated on computer by using DEM. Moreover, the characteristics of the 2-dimensional DEM simulation like a principle of rotation and a shape effect are revealed.

Keywords : DEM, CDEM, the principle of rotation, the direct shear test

1. はじめに

不連続体解析を取り扱う粒子的手法として、P.A.CUNDALL^{[1],[2]}の提唱した個別要素法(Distinct Element Method ; 以降 DEM と略称)がある。これは砂や礫といった粒状体の動的挙動を取り扱うのに適している。この手法を用いれば、一面せん断試験における粒状体の進行性破壊をシミュレートすることが可能である。それと同時に、粒状体特有のダイレイタンスー現象(せん断過程に生じる体積変化)や、せん断帯形成過程を観察することが容易にできる。

本研究では、DEM を用いて砂質土を対象とした一面せん断試験の再現、および、そこでDEM の特性を把握することを第一の目的としている。

また、DEM に用いる円形要素だけでは供試体モデルの再現が不十分であるため、DEM を改良した連結個別要素法(Combined Distinct Element Method ; 以降 CDEM と略称)を提案し、これを用いて従来の円形要素を接合し、複雑な要素形状モデルを作成することで対処した。加えて、上記形状効果を始めとした粒径および供試体のサイズ効果による検討も行い、

それらによる強度変化を追跡することを第二の目的としている。

2. 解析手法

2.1 増分累積解法と直接累積解法

まず、DEM の支配方程式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} m_i \frac{d^2 u_n}{dt^2} + c_n \frac{du_n}{dt} + k_n u_n &= 0 \\ m_i \frac{d^2 u_s}{dt^2} + c_s \frac{du_s}{dt} + k_s u_s &= 0 \\ I_i \frac{d^2 \omega}{dt^2} + c_s r_i^2 \frac{d\omega}{dt} + k_s r_i^2 \omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

- m_i : 質量 [kg]
- I_i : 慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{cm}^2$]
- r_i : 半径 [cm]
- u_n, u_s, ω : 変位 (法線, 接線, 回転) [cm]
- k_n, k_s : 弾性定数 (法線, 接線) [N/cm]
- c_n, c_s : 粘性係数 (法線, 接線) [N·sec/cm]

従来の DEM の計算方法は伯野氏、紛体工学会の文献^{[3],[4]}に詳しい。本論では、それを増分累積解法と呼称しており、そこに若干の改良を加えたものを提案し、それを直接累積解法と呼称して本研究に用いている。以下に両者の評価式の違いを示す。

増分累積解法

$$\left. \begin{aligned} [k_e_n]_t &= [k_e_n]_{t-\Delta t} + k_n [\Delta u_n]_t \\ [d_e_n]_t &= c_n [\dot{u}_n]_t \\ [k_e_s]_t &= [k_e_s]_{t-\Delta t} + k_s [\Delta u_s]_t \\ [d_e_s]_t &= c_s [\dot{u}_s]_t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

直接累積解法

$$\left. \begin{aligned} [k_e_n]_t &= k_n [\delta_n]_t \\ [d_e_n]_t &= c_n [\dot{u}_n]_t \\ [k_e_s]_t &= [k_e_s]_{t-\Delta t} + k_s \cdot [\dot{u}_s]_t \Delta t \\ [d_e_s]_t &= c_s [\dot{u}_s]_t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

- ke_n, ke_s : 弾性力 [N]
- de_n, de_s : 粘性力 [N]
- $\Delta u_n, \Delta u_s$: 相対変位増分 [cm]
- δ_n : 貫入量 [cm]
- \dot{u}_n, \dot{u}_s : 相対速度 [cm/sec]
- Δt : 時間増分 [sec]

式(2),(3)からわかるように、改良を加えたのは DEM の接触点メカニズムにおける弾性力の評価方法の部分である。相対変位増分から計算する増分累積解法に対し、直接累積解法では法線方向に関しては接触状態にある要素の貫入量を、接線方向については相対速度から計算した増分量を用いて計算している。そして、過去に実施した振動解析シミュレーション方法^{[5],[6],[7]}を用いて、両者の比較を行ったが、その結果から直接累積解法は従来の解法よりも解(骨格構造)の安定性が向上しており、実現象のシミュレーションによる再現を目的とする本研究の主旨からも、直接累積解法はより自然な挙動を示していると言え、その有効性を確認した。

2.2 シミュレーションモデルの作成

単円要素を用いてせん断箱を作成し、そこへ粒子を充填し、締め固めることでモデルを作成する。作成過程の一例を Fig.1 に示す。

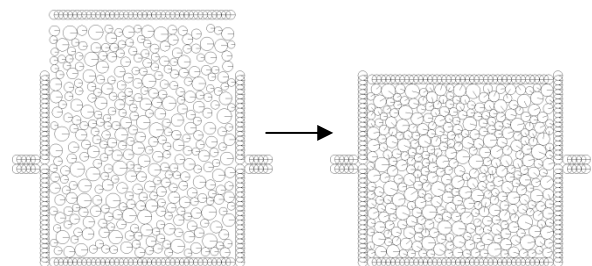


Fig 1

Table1 に示すように本研究では全 14 タイプのモデルを用いて検証を行っている。そこに示すモデルの名称はコード化したものであり、その内容はせん断箱サイズ、粒径分布、要素形状、粒子数である。

Table 1

TypeA_10×5_4-8_1-circle_350
TypeB_15×5_4-8_1-circle_550
TypeC_20×10_4-8_1-circle_1500
TypeD_30×10_4-8_1-circle_2250
TypeA_10×5_2-4_1-circle_1500
TypeB_15×5_2-4_1-circle_2250
TypeC_20×10_2-4_1-circle_6000
TypeD_30×10_2-4_1-circle_9000
TypeA_10×5_2-4_3-circle_350
TypeB_15×5_2-4_3-circle_550
TypeC_20×10_2-4_3-circle_1500
TypeD_30×10_2-4_3-circle_2250
TypeA_10×5_T-2_1-circle_2500
TypeB_15×5_T-2_1-circle_3750

Table 1 の下2つのモデルは乾燥豊浦砂を想定したモデルであり、粒径分布の T-2 とは全粒子の粒径が 2 [mm]であることを意味する。また、シミュレーションにおいては砂質土を想定し、DEM 解析に用いるパラメータは Table 2 に示すものとした。

Table 2

Normal stiffness of particles	$k_n = 1.0 \times 10^6$ [N/cm]
Shear stiffness of particles	$k_s = 2.5 \times 10^5$ [N/cm]
Normal stiffness of walls	$k_n = 1.0 \times 10^6$ [N/cm]
Shear stiffness of walls	$k_s = 0.0$ [N/cm]
Inter-particle friction angle	$\phi_\mu = 27$ [deg]
Density of particle	$\rho = 2.65 \times 10^{-3}$ [kg/cm ³]
Damping factor	$h_n = h_s = 0.215$ [-]
Time step	$\Delta t = 1.0 \times 10^{-6}$ [sec]

2.3 評価方法

せん断箱は上箱固定，下箱可動として，ひずみ制御により，上箱の蓋から一定の圧力を与えながらせん断を実施する。また，せん断速度は 2 [mm/sec]とし，せん断変位が 8 [mm]に到達するまで続ける。その様子を Fig.2 に示す。

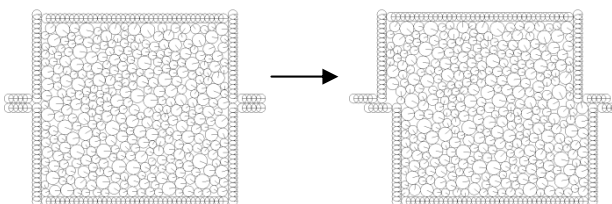


Fig 2

そして，せん断応力は下箱を構成する粒子群に作用する水平方向の接触力の和を，せん断の幅で除すことで計算した。

$$\tau = \frac{\sum f_x^i}{l_x} \quad (4)$$

τ : せん断応力 [N/cm²]

f_x^i : 接触力 [N]

l_x : せん断箱の幅 [cm]

しかし，このせん断応力評価により描いたせん断応力図の結果からでは目視によるピークの判定が難しい。そこで，多項式近似によりせん断応力データの単純化を行った。そして，得られたせん断応力 τ のピーク値からせん断強度およびせん断抵抗角を次式より決定する。

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \quad (5)$$

τ_f : せん断強度 [N/cm²]

σ : 垂直応力 [N/cm²]

ϕ : せん断抵抗角 [deg]

c : 粘着力 [N/cm²]

一例として，TypeA_10×5_4-8_1-circle_350 の解析結果を Table 3 に示す。内容はピーク値での水平変位，垂直応力，せん断応力，および式(5)より得られたせん断抵抗角を示している。以上の過程から得られた結果を比較・検証することで，DEMによる一面せん断試験シミュレーションについて考察する。

2.4 評価基準

一面せん断試験をシミュレーションで再現するにあたり，松岡氏^[8]が乾燥豊浦砂を用いて実施した実験結果から，一面せん断試験の特徴を 3 つ定義し，それを評価基準として用いた。

定義した特徴 3 つの内容を以下に示す。

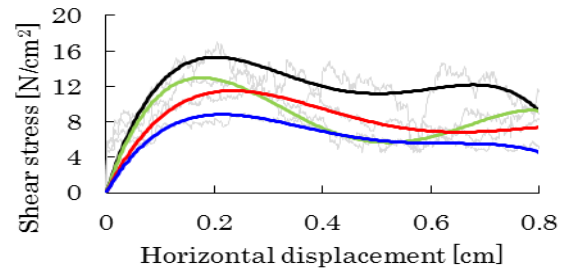
- ① 垂直応力の増加に比例してせん断応力も増加すること。
- ② せん断応力の増加に伴って垂直変位は正となり体積膨張すること（ダイレイタンスー現象）。
- ③ ダイレイタンスー曲線の勾配が最大のときにせん断応力もほぼピーク値をとること。

本研究の第一目的については、これを基準として考え、第二目的に関しては各モデルでの結果の比較から検証する。

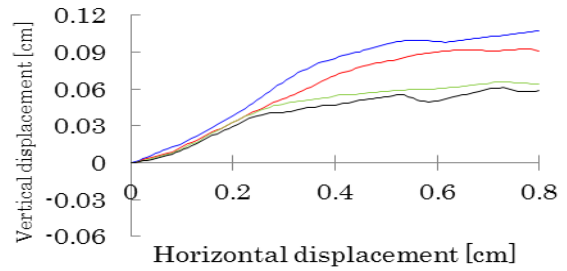
3. 解析結果

3.1 特徴検証

Fig.5 から Fig.18 に示す、せん断応力図とダイレイタンスー曲線から先の特徴3つを満たしているか検証する。ここでのせん断応力図は多項式近似によりデータを単純化したものを用いる。また、グラフに関しては各拘束圧で色分けをし、青は 100[kPa]、赤は 200[kPa]、緑は 300[kPa]、黒は 400[kPa]としている。各タイプについてせん断応力図とダイレイタンスー曲線の対応関係を見比べ、目視によりそれを判断する。

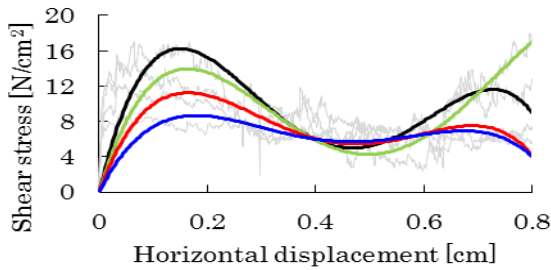


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

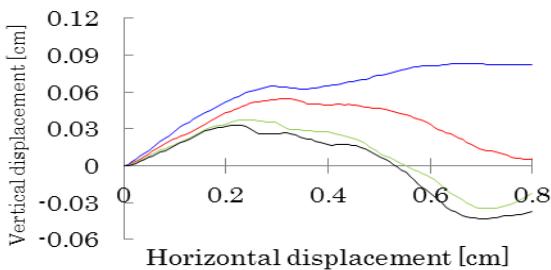


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 4 Analysis results of TypeB_15×5_4-8_1-circle_550

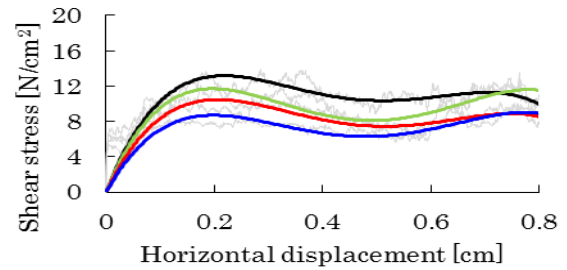


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

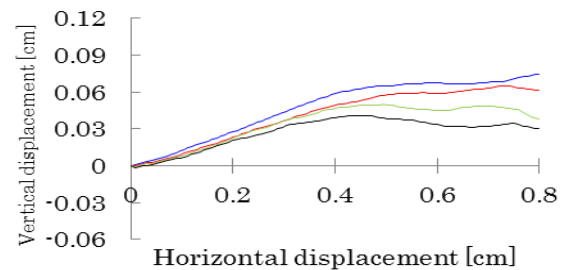


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 3 Analysis results of TypeA_10×5_4-8_1-circle_350

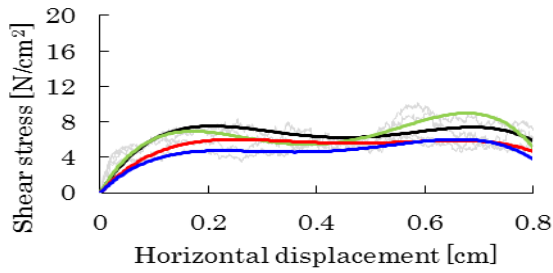


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

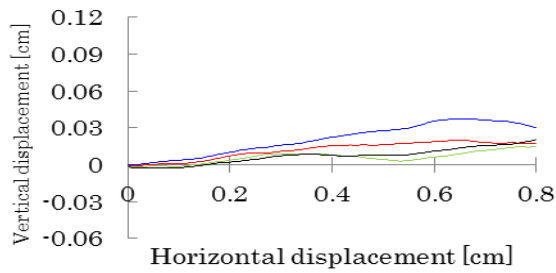


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 5 Analysis results of TypeC_20×10_4-8_1-circle_1500

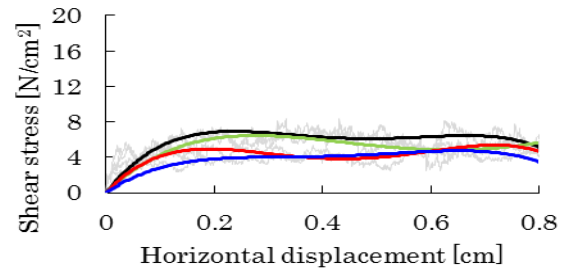


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

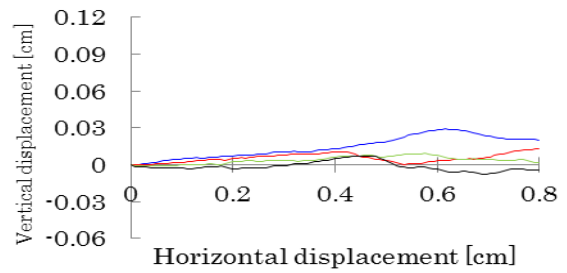


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 6 Analysis results of TypeD_30×10_4-8_1-circle_2250

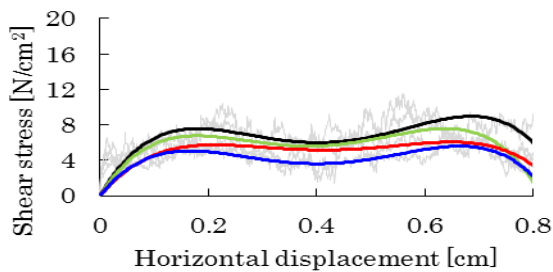


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

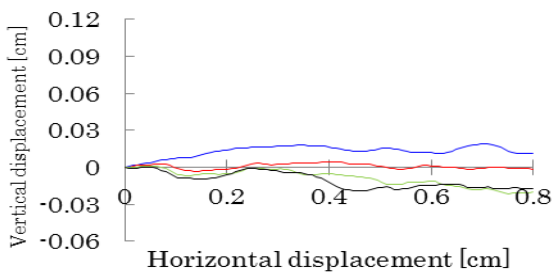


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 8 Analysis results of TypeB_15×5_2-4_1-circle_2250

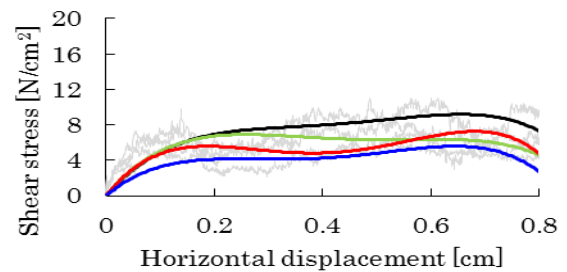


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

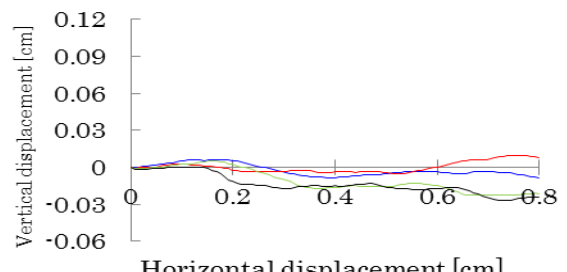


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 7 Analysis results of TypeA_10×5_2-4_1-circle_1500

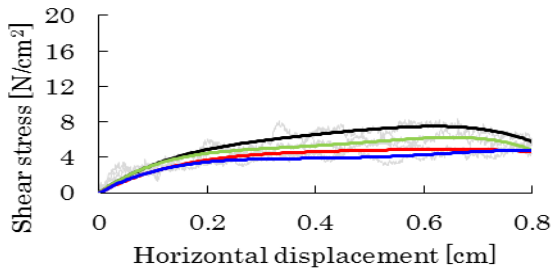


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

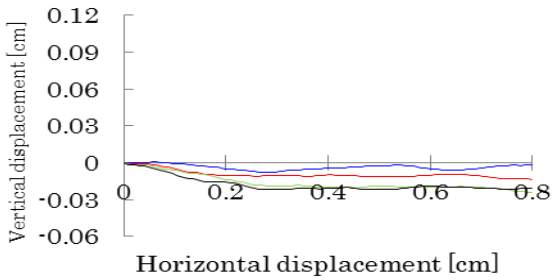


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 9 Analysis results of TypeC_20×10_2-4_1-circle_6000

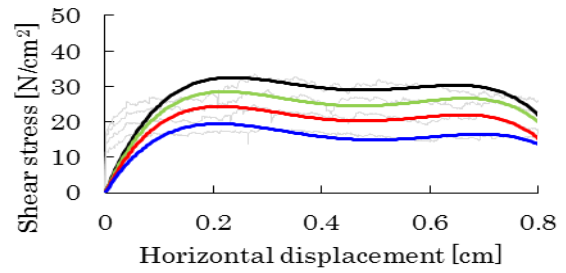


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

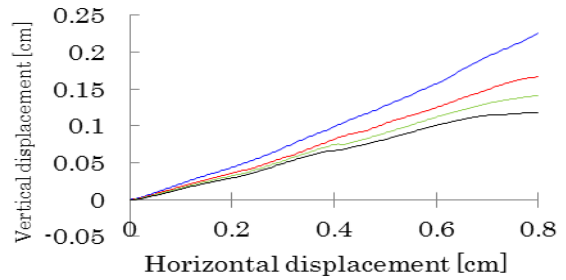


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 10 Analysis results of TypeD_30×10_2-4_1-circle_9000

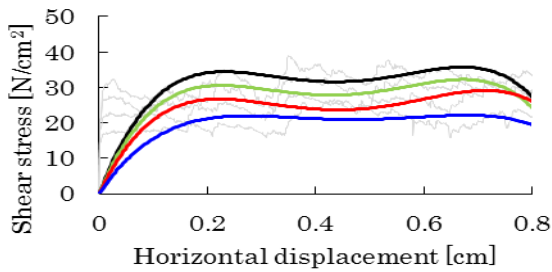


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

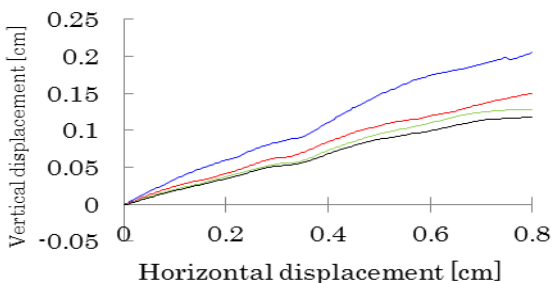


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 12 Analysis results of TypeB_15×5_2-4_3-circle_550

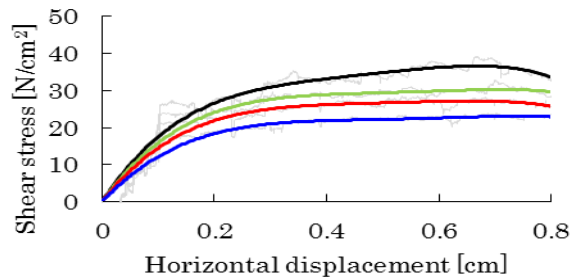


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

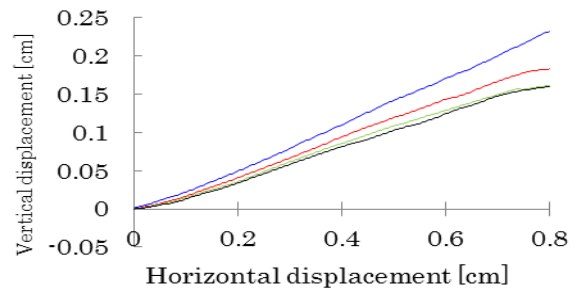


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 11 Analysis results of TypeA_10×5_2-4_3-circle_350

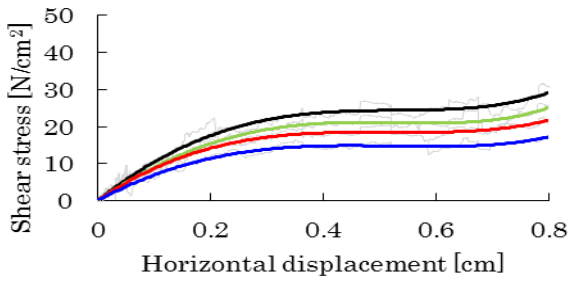


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

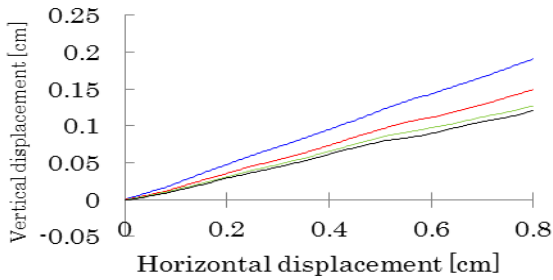


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 13 Analysis results of TypeC_20×10_2-4_3-circle_1500

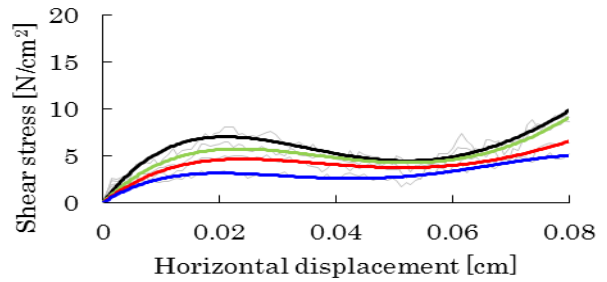


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

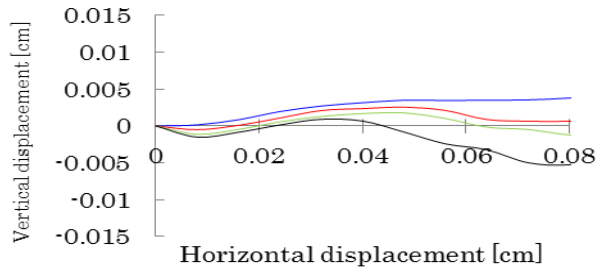


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 14 Analysis results of TypeD_30×10_2-4_3-circle_2250

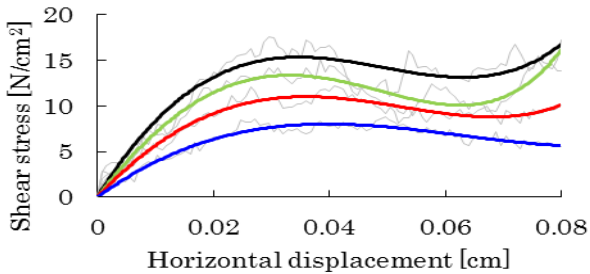


a) The relationship between shear stress and horizontal displacement

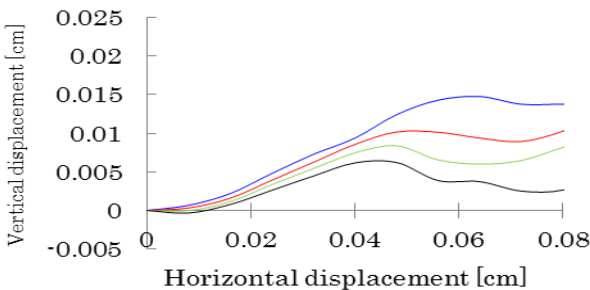


b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 16 Analysis results of TypeB_15×5_T-2_1-circle_3750



a) The relationship between shear stress and horizontal displacement



b) The relationship between vertical displacement and horizontal displacement

Fig 15 Analysis results of TypeA_10×5_T-2_1-circle_2500

3.2 せん断強度・せん断抵抗角の比較

ここで、せん断応力 - 垂直応力関係を示す. Fig 17 は粒径サイズによる比較, Fig 18 は形状比較による結果である.

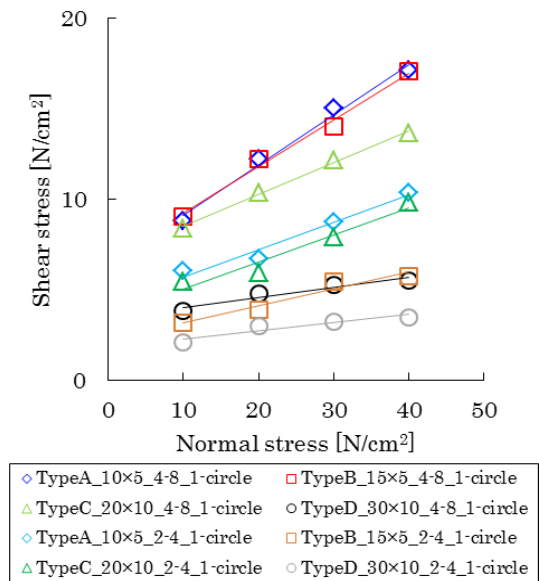


Fig 17 Comparison of particle sizes

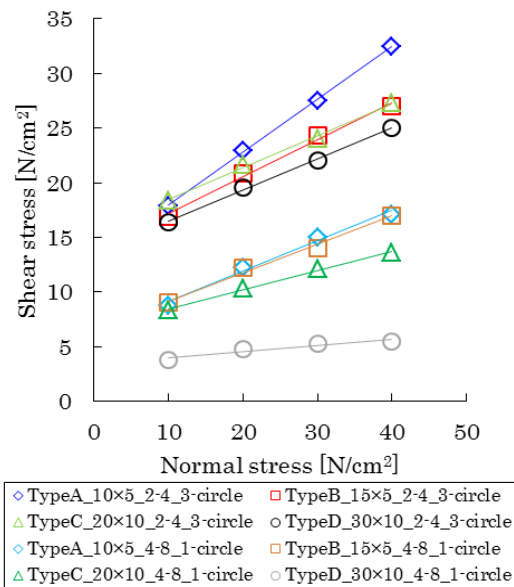


Fig 18 Comparison of particle shapes

3.3 回転移動率・コロ効果

要素の回転移動率は次のように定義した。次式において TRM が 1.0 であれば、要素は回転しただけでなく中心座標が移動したことを意味し、また、1.0 以上であれば空転を伴いながら移動していることを意味し、1.0 未満であれば摩擦滑りをしながら移動していることを意味する。

$$TRM_i = \frac{r_i \sum_n |\Delta\omega_i|}{\sum_n (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2)^{1/2}} \quad (6)$$

ここで、 n は全ステップ数、 $\Delta x, \Delta y, \Delta\omega$ は変位増分を表す。

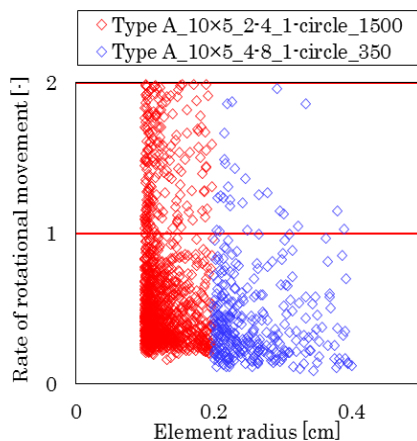


Fig 19 Comparison of particle sizes

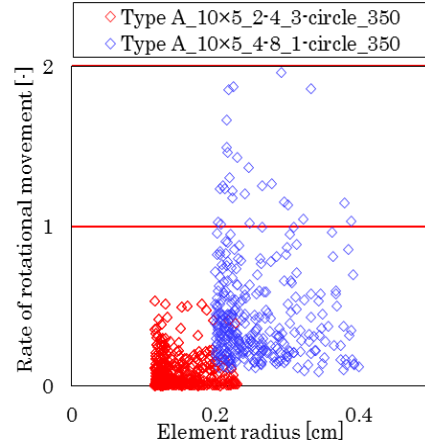


Fig 20 Comparison of particle shapes

Fig 19 の結果から、要素形状を不規則にすることで、要素の回転移動率を抑制できていることが確認できる。

そして、Fig 20 から単円要素モデルにおけるせん断応力の低減やダイレイタンスの負勾配が卓越する原因として、転（コロ）効果による影響が推測される。コロ効果とは、摩擦により生じる抵抗力や、要素の噛み合い（インターロッキング）効果が、コロ（要素）の回転する運動エネルギーに変換されて低減することで、その影響は、コロ（要素）の質量と慣性モーメントが小さいほど大きい。

しかし、コロ効果は単円要素を 3 つ接合した接合モデルでは抑制され、せん断応力は上昇し、ダイレイタンスは正勾配が卓越していることが、先の Fig 11 から Fig 14 の結果より確認できる。これは要素形状に不規則性を持たせたことで、インターロッキング効果が上昇していると言える。

4. 考察

DEM を用いて一面せん断試験シミュレーションを試みた結果、以下の知見が得られた。

- ① 乾燥豊浦砂の一面せん断試験の実験結果を基準として定めた特徴の 3 つは、どの検証においても満たされる (Fig 9 は例外として除く)。
- ② 本シミュレーションにおけるせん断応力の評価方法では、供試体が密詰めモデルでも著しいピーク値は得られない。
- ③ DEM の 2 次元解析において、コロ効果による以下の影響が推測される。
 - 1) 単円要素モデルではダイレイタンス曲線は負勾配が卓越する傾向になり、粒径範囲が細かいほどそれは著しく、それに比例してせん断強度・せん断抵抗角は低下する。

- 2) 単円要素モデルにおいて、粒径分布が大きい場合、せん断箱のサイズを拡大するとせん断強度・せん断抵抗角は低下する。
- ④ コロ効果による影響は、要素形状を不規則にすることで抑制できる。

5. 結論

一面せん断試験をシミュレーションで再現するにあたり、DEM における単円要素モデルでは、コロ効果による影響が極めて大きく、表面形状に不規則性を持たせることが重要である。

当初の第一目的に対して、再現に関しては例外を除き、砂質土の一面せん断試験の特徴を再現でき、DEM (単円要素モデル) の特徴についてもコロ効果を把握した。第二目的に関しては要素の形状およびサイズ効果による強度変化を追跡することができた。本論の成果としては、以下の4つが挙げられる。

- ① 解の安定性がよく、粒子も実現象に近い挙動を示す直接累積解法を提案。
- ② 粒子の不規則形状を用いた解析を効率よく行える DEM に改良を加えた連結個別要素法 (CDEM) を開発。
- ③ DEM におけるコロ効果の発見と影響の把握。
- ④ せん断応力-せん断歪関係の評価には多項式近似によるデータの単純化が有効である。

6. 今後の展望

今後の展望として、先の結論を踏まえて以下の内容が考えられる。

- ① DEM における応力の評価方法およびパラメータの決定法の検討。
- ② 一面せん断試験における载荷速度の検討。
- ③ DEM の単円要素モデルに生じるコロ効果の特性の把握。
- ④ DEM における粒子間摩擦係数とせん断抵抗角の関係性の調査。
- ⑤ 粘着力 c の評価方法の検討。
- ⑥ 3次元解析への展開。

参考文献

- [1] P.A.CUNDALL : A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock system. ISRM, Nancy, France. Proc. , 2, 129-136, 1971
- [2] P.A.CUNDALL, Strack, O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies, Géotechnique, 29, 1, 47-65, 1979

- [3] 伯野元彦：「破壊のシミュレーション」—拡張個別要素法で破壊を追う—, 森北出版, 1997
- [4] 粉体工学会編：粉体シミュレーション入門—コンピュータで粉体技術を創造する, 産業図書, 1998
- [5] 下山千里, 宮崎明日佳, 吉田長行：骨格粒子モデルの動的追跡法, 法政大学情報メディア教育研究センター研究報告, Vol.21, 2008
- [6] 助川智洋, 松苗尚人, 吉田長行：骨格粒子モデルの動的追跡法, 法政大学情報メディア教育研究センター研究報告, Vol.23, 2010
- [7] 松苗尚人, 神崎壮一郎, 吉田長行：骨格粒子モデルの動的追跡法 - 多様な要素形状による比較 -, 法政大学情報メディア教育研究センター研究報告, Vol.24, 2011
- [8] 松岡元：「土質力学」, 森北出版, 4-6, 128-137, 1999

