

## 逆行列法を用いた伝達経路解析

### Transfer Path Analysis with Inverse Matrix Method

岩原 光男<sup>2)</sup> 川口 裕貴<sup>1)</sup> 長松 昭男<sup>2)</sup>

Mitsuo Iwahara, Yuki Kawaguchi, Akio Nagamatsu,

<sup>1)</sup> 法政大学工学部機械工学科長松研究室

<sup>2)</sup> 法政大学工学部機械工学科

Recently, mechanical noise and vibration problems, including automobile and product development, came to be regarded as a differentiating factor between competing products and they are becoming more important issue. Especially in the automotive development process for this issue, pathway analysis (Transfer Path Analysis below, TPA) has been analyzed. This is a technique to identify the contribution from more than one source of vibration. In order to make the product of low noise and low vibration and shorten the process, this is required high accuracy and efficiency. In this study, analysis focused on the contribution of each vibration excitation force identification and pathway analysis using the inverse method, validation and accuracy of the theory is examined. The regular-inverse matrix method, and the pseudo-inverse matrix method are compared. The former is for the case of same number of excitation and response points, and the later is for the case of increasing the number of response points.

**Keywords** : Inverse method, Transfer Path Analysis, Transfer Path Analysis

#### 1. 要旨

昨今、自動車をはじめ機械の騒音振動問題は、製品開発において、他社製品との差別化要因としてみなされるようになり、より重要な問題となってきている。特に自動車の開発行程において、この問題に対して、伝達経路解析(Transfer Path Analysis, TPA)を用いた解析・対策が行われている。これは、複数の振動源と振動伝達経路の中から寄与の高いものを特定する手法で、製品の低騒音・低振動化とその工程の短縮のために、高い精度と効率化が求められている。

本研究では、逆行列法を用いた伝達経路解析における加振力の同定及び各加振点の寄与率解析に注目し、その理論と精度を検証・考察するものである。また、加振点と応答点の数を一致させ、正方行列を用いて行う手法と、応答点の数を増やし長方形行列を擬似逆行列化して行う手法を比較・検討する。また、応答点同士を近接して設定した際の加振力の同定精度について考察する。

#### 2. 逆行列法

構造物上の $n$ 個の点における入出力の周波数領域における関係は、周波数応答関数(以下、FRF)行列を $[H_{nn}]$ 、FRF 逆行列を $[H_{nn}]^{-1}$ 、入力を $\{F_n\}$ 、出力を $\{X_n\}$ 、とすると以下のように表わされる。

$$\{X_n\} = [H_{nn}]\{F_n\} \quad (1)$$

但し、 $n$ は行列またはベクトルの大きさが $n$ 次元であることを表し、

$$\{X_n\} = \{X_1, \dots, X_n\}^T, \{F_n\} = \{F_1, \dots, F_n\}^T \quad (2)$$

また、これとは別に出力評価点を $p$ とすると、

$$X_p = [H_{pn}]^T \{F\} \quad (3)$$

ここに、

$$\{H_{pn}\} = \{H_{p1}, \dots, H_{pn}\}^T \quad (4)$$

逆行列法においては、式(1)より、

$$\{F_n\} = [H_{nn}]^{-1}\{X_n\} \quad (5)$$

として入力を推定し、これより、

$$\begin{aligned} X_p &= \{H_{p1}, \dots, H_{pn}\}\{F_n\} \\ &= H_{p1}F_1 + \dots + H_{pn}F_n \end{aligned} \quad (6)$$

のように、評価点 $p$ における応答を $n$ 個の入力の重ね合わせで表す。ここで、式(6)の右辺各項が各入力点よりの寄与を示す。各要素を、応答 $\{X_p\}$ で割ることにより、寄与率 $C_p$ が求められる。また、FRF 行列 $[H_{nn}]$ は事前に計測しておく必要がある。

$$\{C_p\} = \left\{ \frac{H_{p1}F_1}{X_p}, \dots, \frac{H_{pn}F_n}{X_p} \right\}^T \quad (7)$$

また、加振点と応答点の数が一致しない場合、 $[H_{nn}]$ は正方行列とならないため、逆行列が存在しない。この場合、以下の最小自乗法の式を用い、擬似逆行列を作成し計算する。 $[A]$ はFRFの長方形列、 $[A]^+$ は長方形列の擬似逆行列、 $[A]^T$ は長方形列の転置行列である。

$$[A]^+ = ([A]^T [A])^{-1} [A]^T \quad (8)$$

これによって導出される擬似逆行列 $[A]^+$ を、(5)式の逆行列の項 $[H_{nn}]^{-1}$ へ代入することにより、入力を同定することが可能である。

### 3. シミュレーション

本研究においては、軽自動車の構造を模した有限要素法(Finite Element Method, 以下、FEM)モデルを一貫してシミュレーション対象として使用した。使用するモデルは軽自動車の車体構造を模したもので、フレーム・サブフレームをライン要素、床面をシェル要素とした簡易構造の FEM モデルである。この FEM モデルではエンジンマウントおよびサスペン

ション、リンク機構を省略しており、概略図を Fig.1 に、概略寸法を Table 1 に、物性値を Table 2 に示す。

加振シミュレーションを行うにあたって、力は地面よりのロードノイズを想定した。そのため、加振点は全シミュレーションにおいて、前後左右4箇所のサスペンションアッパーマウント近辺のフレーム交点とし、加振方向をZ軸正方向、つまり、車体を垂直に持ち上げるように設定した。また、応答点については加振力の同定を行うにあたって、前後左右の座席後部床面とし、応答点を増やして計算を行う際には、車体中央部床面、後部中央座席後部床面とした。応答点同士を近接させた状態での検証には、前後左右4箇所の座席応答点のうちより、左後部座席の応答点を右後部座席応答点より内側に約7cmオフセットした位置へ設定しなおしてシミュレーションを行った。入力同定における加振点・応答点の位置関係の概略図を Fig.1、評価点の座標を Table 3 に、近接応答点の概略図を Fig.2、最寄りの応答点からの距離及び座標を Table 4 に示す。

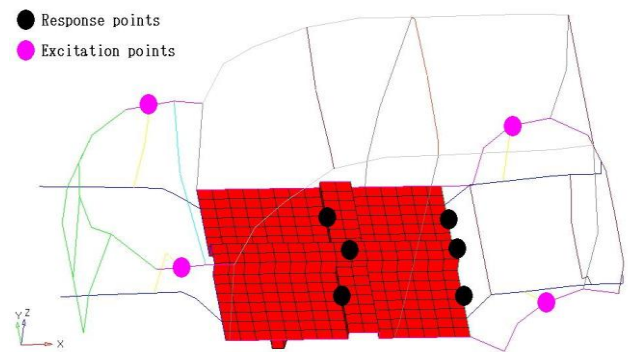


Fig.1 Simulation model

Table 1 FEM size

Length[mm]	Width[mm]	Height[mm]
3120	1283	1343

Table 2 Value Properties

	Modulus of Elasticity [GPa]	Rigidity [GPa]	Poisson ratio	Density[g/cm <sup>3</sup> ]
Frame	530	200	0.33	8.00
Floor	21	79	0.33	8.00

加振は路面より入力される突き上げを想定し、ボディ構造を伝搬してシートレール取付部へ伝搬する振動を応答として、シミュレーションを行った。

まず、FRFを求めるために、前部左右の計4箇所のサスペンションアッパーマウントの加振点より、

Table 3 Coordinate of Excitation and Response points

Excitation point	Coordinate	Response point	Coordinate
Front-Right	50013	Front-Right	100133
Front-Left	50006	Front-Left	100113
Rear-Right	50007	Rear-Right	100293
Rear-Left	50000	Rear-Left	100373
Center	-	Center	100016
Rear-Center	-	Rear-Center	100305

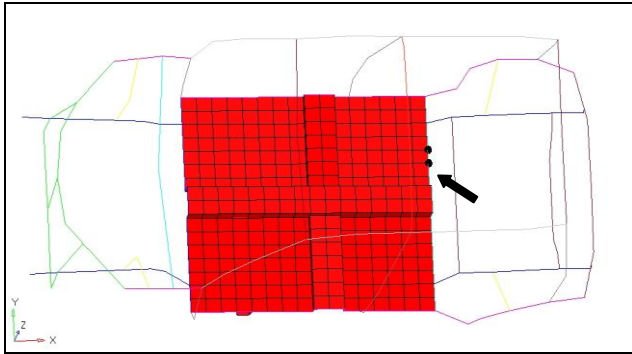


Fig.2 Close-Response point

Table 4 Location of Response point

Distance from the nearest Response point [mm]	Coordinate
73.346	100307

前後左右座席取付部，計 4 箇所の応答点へ，入力のパラメータを 1[N]とした加振を行った．次いで，それぞれの加振点からの入力を任意の値に設定し，上記 4 箇所の加振点より同時に各座席へ加振した．

擬似逆行列を用いて入力の同定を行う場合は，応答点を上記に加えて，後部中央座席及び中央床面に追加して，計 6 箇所とするシミュレーションを行った．

加振力のパラメータは各加振点の入力を明確にさせるために別々の値を任意に設定した．また伝達経路の寄与率解析を行う際は，各加振点の寄与率を明確にさせるために，別に任意の値を設定した．

シミュレーションを行う周波数の範囲は，事前に周波数領域を絞らずに加振シミュレーションを行った結果，各座席において 400Hz 以下の周波数領域において，顕著に応答が表れていることが判明したため，周波数領域を 400Hz 以下に絞り，0.05Hz おきに 8001 点のデータを収録した．Fig.3 にて概要を示す．

シミュレーションの計算には MSC software MD Nastran を使用した．

4. 計算

シミュレーション結果によって得られたデータを逆行列法による計算プログラムに入れて，入力と同

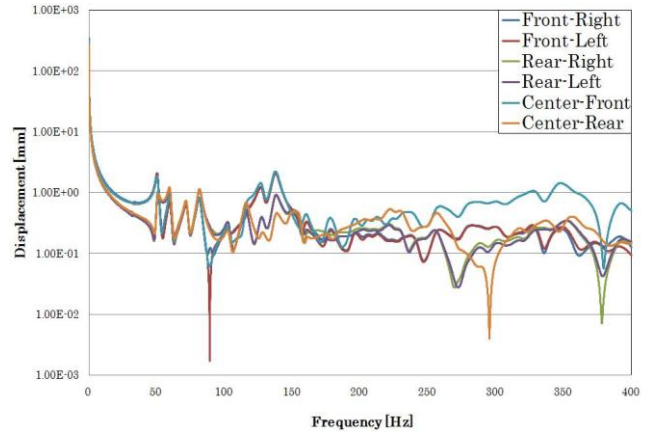


Fig.3 Vibrational displacement simulation

定する．シミュレーション結果は各周波数における振動の位相と変位によって出力されるが，一般的に FRF は複素数で表されるため，以下の式を用いて応答のデータを複素数関数に変換した．位相のデータを  $P$ ，変位のデータを  $D$ ，FRF の実部を  $R$ ，虚部を  $I$  とすると，

$$H = R + Ii \tag{9}$$

$$R = D \times \cos P \tag{10}$$

$$I = D \times \sin P \tag{11}$$

として，あらわされる．

このように複素数関数として変換された応答のデータより入力を逆計算して求める．入力を 1 とすると，

$$\{X\} = \{H_n\} \tag{12}$$

となるため，式(12)へシミュレーション結果より 16 個のデータを挿入し， $\{H\}$ を求め，逆行列 $\{H\}^{-1}$ を導出する．そして，任意の入力を加えた場合の(5)式へ代入し，入力 $\{F_n\}$ が求められる．この計算を各周波数毎に繰り返し，周波数毎の加振力のデータを得る．

また，別途，同一の入力を各加振点に与え，上記のプロセスを用いて，加振力を同定後，(7)式を用いて各加振点の応答点に対する寄与率を周波数毎に導出する．計算プログラムの作成・計算は，MATLAB を使用して行った．

5. 計算結果の比較と考察

Fig.4 と Fig.5 及び Table 5 に，応答点を 4 箇所・6

箇所とした場合の加振力の同定結果と設定した入力との比較、及び、各加振点における計算値の平均誤差を示す。同定された加振力の値は計算誤差の範囲内であり、同定した入力値の精度は高い。また、これらの結果より、応答点を6箇所として加振力を同定した際の結果のほうが、誤差が小さいことが判明したため、応答点を6箇所として加振力の寄与解析を行った。Fig.6に応答点を運転席とした場合の、応答点を6点とし擬似逆行列を用いて同定した加振力を根拠に行った寄与率解析の結果を記す。応答点同士を近接して設定した場合の誤差の比較表を Table 6に記す。Table 7は周波数領域における、加振点である前後左右の各サスペンションアッパーマウントの応答点である前部右座席に対する寄与率である。また、表は加振シミュレーションによる周波数応答のピークにおいて、変位の多い順に上位3次のピークにおける寄与率の数値であり、マーカー部は応答に対する寄与の大きい加振点の寄与率である。

Table 5 Numerical comparison of response Quantity

Number of Response points	Excitation point Position	Maximum error [%]	Average error [%]	Overall average error [%]
4	Front-Right	18.03	0.0046	0.0023
	Front-Left	9.01	0.0023	
	Rear-Right	5.50	0.0013	
	Rear-Left	4.13	0.0010	
6	Front-Right	11.88	0.0037	0.0019
	Front-Left	5.94	0.0018	
	Rear-Right	3.63	0.0011	
	Rear-Left	2.72	0.0008	

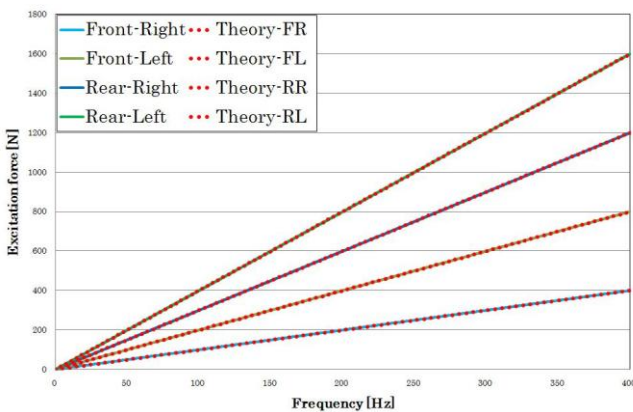


Fig.4 Compare Theory and Calculations (4by4)

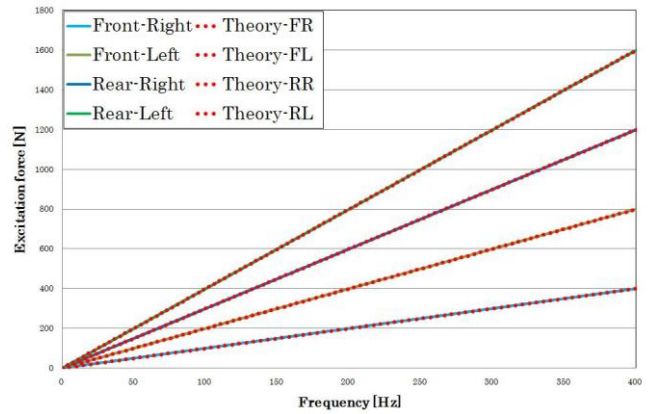


Fig.5 Compare Theory and Calculations (4by6)

Table 6 Error comparison of close response

Number of Response points	Excitation point Position	Maximum error [%]	Average error [%]	Overall average error [%]
4	Front-Right	19.73	0.0215	0.0108
	Front-Left	9.87	0.0107	
	Rear-Right	6.02	0.0063	
	Rear-Left	4.52	0.0047	
6	Front-Right	6.99	0.0026	0.0013
	Front-Left	3.50	0.0013	
	Rear-Right	2.13	0.0008	
	Rear-Left	1.60	0.0006	

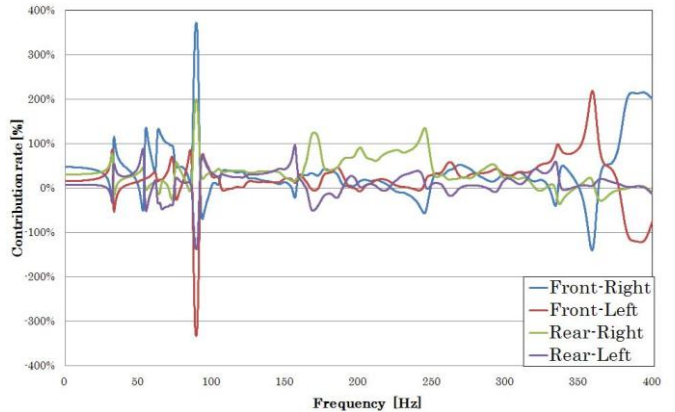


Fig.6 Contribution rate in Front-Right seat

Table 7 Contribution rate in Front-Right seat

Degree peak	1st	5th	6th	
Frequency [Hz]	50.25	126.70	137.65	
Contribution rate [%]	Front-Right	-1	21	15
	Front-Left	14	15	13
	Rear-Right	35	34	37
	Rear-Left	52	29	34

※負の寄与率は、z 軸方向にて負方向の変位、つまり、逆位相の振動を示す。

## 6. 結論

### 6.1 応答点数による加振力の同定精度の比較

本研究において、逆行列法を用いて応答点数による加振力の同定精度の比較を応答点4点・6点それぞれの平均誤差において行ったところ、僅かながら応答点を6点とし擬似逆行列を用いて同定した結果のほうが誤差は小さくなった。しかしながら、応答点を4点として同定した場合でも理論値と計算値の誤差は全体平均で0.0023%と同定精度は十分に高い。このことについては、本研究において加振シミュレーションに用いたFEMモデルが簡易構造であったことが要因として考えられ、より複雑なモデルを使用した際には同定精度の悪化が懸念される。その場合、応答点数を増やして同定精度の確保が必要となる。

逆行列法は精度よく加振力の同定が可能だが、事前の周波数応答関数の同定に工数が必要であり、複雑なモデルを用いての加振力の同定において精度の悪化が懸念される場合において、応答点数を増やし擬似逆行列を用いた計算による精度の確保を行うべきであると考えられる。

### 6.2 応答点同士が近接している場合の加振力同定精度

応答点同士を近接して設定した場合、加振力の同定精度が悪化すると考えられている。本研究において、応答点数を同じ4点として加振シミュレーションを行い、加振力を同定した結果、応答点4点のうち1点を別の応答点に近接させた場合、同定精度が応答点を床面の前後左右に振り分けた場合に対して500%も悪化した。前項と同じく、加振シミュレーションに用いているFEMモデルが簡素なため、誤差が0.0108%という極めて良好な結果が出たが、対象となるモデルが複雑化していく場合、精度の悪化が懸念される。

そのため、本研究では応答点を前項と同様に2箇所追加して精度の比較を行った。その結果、加振力の同定精度を0.0013%まで改善し、通常と同定方法と同レベルの精度を確保することができた。よって、複雑なモデルにおいて精度の悪化が懸念される場合、前項と同様に応答点数を増やして対応することが望ましい。

### 6.3 寄与率解析

応答点6点とし、擬似逆行列を用いての逆行列法による計算で同定した加振力より寄与率を導出する事ができた。検算の結果、各要素の全周波

数において寄与率の合計が1となり、導出に成功したことを確認した。寄与率を算出した結果、各応答点に対する寄与の大きい加振点の特定、及び、位相による振動の打ち消している模様が確認でき、実機に応用した場合、効率の良い対策が可能であると考えられる。

## 参考文献

- 1)長松昭男, モード解析入門, (1993), コロナ社
- 2)福島佑輔, 吉村卓也, 実稼働データを用いた伝達寄与分析の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference 2008, (2008.9)