

骨格粒子モデルの動的追跡法 -要素形状による検討-

Dynamic Analysis of Particle Models

-A study on Particle Configurations-

助川 智洋¹⁾ 松苗 尚人²⁾ 吉田 長行³⁾

Tomohiro Sukegawa, Naoto Matsunae, Nagayuki Yoshida

¹⁾ 法政大学大学院工学研究科建設工学

²⁾ 法政大学工学部建築学科

³⁾ 法政大学デザイン工学部建築学科

In this research, we simulate the dynamic behavior of soil by the discrete element method. The circular element is usually used because the computing time is economical for its simple procedure on the contact problem. Soil particles, however, have various configurations. Therefore it is inadequate to only use the circular element. This paper proposes a new model which consists of pairs of circular elements with viscous combination which have a similar effect with the elliptical element.

Keywords : D.E.M, Contact, Elliptical Element, Viscous Combination

1. はじめに

崖崩れや地盤の液状化などは個別要素法によって研究されている。砂などの地盤材料は粒子が集まってできており、従来はこうした地盤を連続体の解析手法で検討してきた。個別要素法は不連続体の解析手法であり、地盤本来の粒子群の動きを直接扱うことができる点で地盤や岩盤崩壊の検討を行なう際に有効である^[1]。

個別要素法における問題に、計算時間が挙げられる。従来の研究では、接触判定が単純な円形要素を用いて解析を行なっている^[2]。しかし、土を構成している粒子は複雑であり、円形や楕円の要素だけでは不十分である。

2. 研究目的

楕円要素の計算時間の短縮には限界があるため、本研究では楕円を近似した粘性結合円要素を提案し円形及び楕円要素と比較する。

3. 個別要素法の概要

個別要素法 (Distinct Element Method) は Cundall によって提案された手法で、不連続な要素の集合体に対し個々の要素が運動方程式を満足し、要素間の力の伝達が作用・反作用の法則に従うことを条件に集合体の動力学挙動を数値解析するものである。各要素について運動方程式を解き、各時刻における要素の位置を逐次追跡するため、構造物の大変形問題への適用が可能である。要素 i に関する運動方程式は次のように書ける。

$$m_i \ddot{u}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} F_{ij} \quad (1.a)$$

$$I_i \ddot{\varphi}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} M_{ij} \quad (1.b)$$

ここで m : 要素 i の質量
 \ddot{u} : 要素 i の並進変位ベクトル
 φ : 回転角
 F_{ij} : 要素間の接触力ベクトル
 M_{ij} : 要素間のモーメント

上式を時間刻み Δt で差分近似すると要素の運動軌跡を計算することができる。接触力、波動論に基づくばね定数の決定法など詳しい計算方法は文献 [1], [3], [4] に譲る。

4. 円要素

4.1 接触判定

任意の2つの円形要素 i, j 間の接触判定について考える。時刻 t における粒子 i, j の座標, 半径を Fig.2 のようにする^[5]。

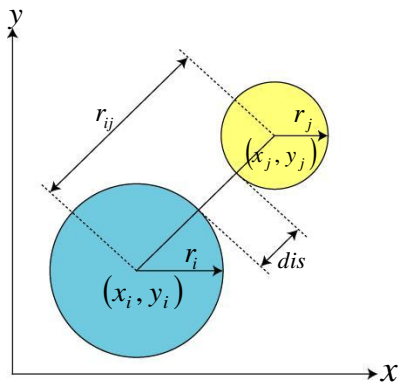


Fig.1 Distance between two elements

Fig.1 のように円要素は式(2)で表される条件を満足するとき接触する。

$$r_i + r_j \geq r_{ij} \quad (2)$$

$$\text{ただし, } r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (3)$$

4.2 相対変位増分

また接触点の位置を識別するために要素 i, j の中心を結ぶ共通法線が x 軸となす角 α_{ij} を用いる。この角度と要素の座標との関係は次式で表される。

$$\sin \alpha_{ij} = -(y_i - y_j) / r_{ij} \quad (4.a)$$

$$\cos \alpha_{ij} = -(x_i - x_j) / r_{ij} \quad (4.b)$$

Fig.2 のように接触する2粒子 i, j の微小時間 Δt における相対変位量の法線・接線方向の相対変位増分は、角度 α_{ij} を用いてそれぞれ次式で与えられる。

$$\Delta u_n = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \alpha_{ij} \quad (5.a)$$

$$\Delta u_s = -(\Delta u_i - \Delta u_j) \sin \alpha_{ij} + (\Delta v_i - \Delta v_j) \cos \alpha_{ij} + (R_i \Delta \theta_i + R_j \Delta \theta_j) \quad (5.b)$$

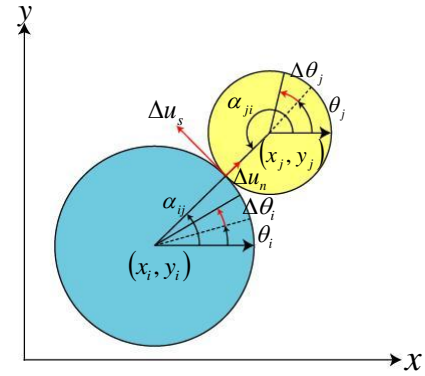


Fig.2 Relative contact displacement between two elements

4.3 力の総和

要素 i に作用する x 方向分力と y 方向分力, ならびに要素 i の中心モーメント (反時計回りを正) を次式により求める。

$$[X]_i = \sum_j (\cos \alpha_{ij} [N_{ij}]_i - \sin \alpha_{ij} [T_{ij}]_i) \quad (6.a)$$

$$[Y]_i = \sum_j (\sin \alpha_{ij} [N_{ij}]_i + \cos \alpha_{ij} [T_{ij}]_i) \quad (6.b)$$

$$[M]_i = \sum_j r_i [T_{ij}]_i \quad (6.c)$$

5. 楕円要素

楕円要素を用いても計算の基本的な部分は円要素と同じだが、接触判定と粒子間力の計算については異なる。要素同士の中心間距離と侵入距離が円要素の場合とは異なるからである。また接触点が2要素の重心を結ぶ直線上に存在しない状態が生じるため、要素の回転によって法線方向力が変化する^[5]。

5.1 接触判定

楕円相互の接触判定法は文献[4], [6]に詳しく述べてあるが、図を用いて概略を以下に説明する。

長径軸と短径軸が x, y 軸と平行になっていない楕円を有向境界楕円 (Oriented Bounding Ellipses : OBE) と呼ぶ。また長径軸と短径軸が x, y 軸と平行で傾きが0の楕円を標準楕円 (LOCAL_OBE: LOBE) と呼ぶ。Fig.3(a)のように2つの有向楕円 OBE_i, OBE_j を考える。まず一方の有向楕円 OBE_j の中心を原点に平行移動し、原点中心に回転させることで標準楕円 $LOBE_j$ に変換する (Fig.3(b))。

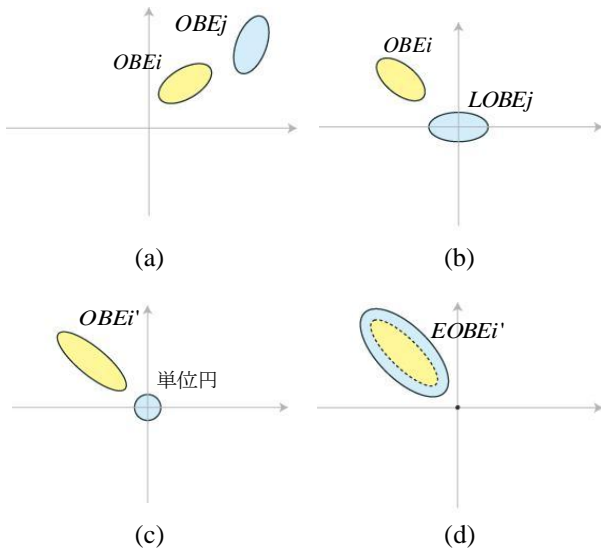


Fig.3 Contact of ellipse model

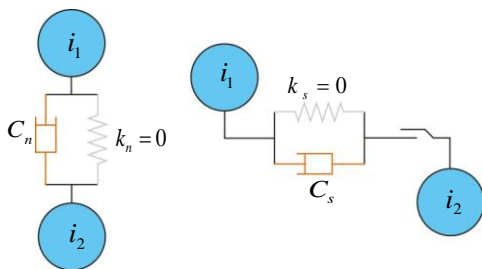
次に標準楕円 $LOBEj$ が半径 1 の単位円になるようにスケール変換を行う。このとき同時に有向楕円 $OBEi$ にも変換が行われるので、その変換後の楕円を $OBEi'$ とする(Fig.3(c)).

さらに、変換後の楕円 $OBEi'$ の長径と短径それぞれに 1 を足し、拡大楕円 $EOBEi'$ にする。このとき単位円は点となる(Fig.3(d)).

これらの複雑な座標変換を各要素について各時刻計算する必要がある、その計算量は膨大である。この問題を解決するため、次節で新しい要素について提案する。

6. 粘性結合円要素

2 個又はそれ以上の円要素が法線方向及び接線方向の粘性ダッシュポットによって結合されたモデルを使って粒子の不整形を表現する。本節ではこれを粘性結合円要素モデルと呼ぶ。



(a)Direction of normal (b)Direction of tangent

Fig.4 circular elements with viscous combination

C_n : 法線方向粘性定数 C_s : 接線方向粘性定数
 k_n : 法線方向バネ定数 k_s : 接線方向バネ定数

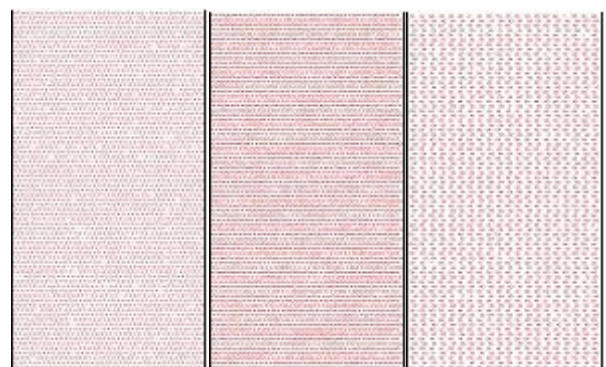
7. 解析結果

7.1 間隙比, 間隙率

解析モデルは粒子半径をランダムに発生させた円要素, 楕円要素を 3000 個, 粘性結合円要素 1500 を Fig.5 のように配置し, Fig.6 のように容器に落させた。振動外力として振幅が 400gal, 周波数が 10Hz の正弦波を水平方向に入力する。解析に用いた物性値ならびに計算条件を Table 1 に示す。減衰定数は 1.0 とした。計算の結果, 間隙比, 間隙率は Table 2 のようになった。

Table 1 Data of analytical model

ポアソン比	0.25	[-]
摩擦係数(粒子)	0.17	[-]
摩擦係数(壁)	0.25	[-]
S 波速度	1.5×10^4	cm/sec
減衰定数	1.0	[-]
粒子半径	0.5-1.0	cm
粒子長軸半径	$1/\sqrt{2}-\sqrt{2}$	cm
粒子密度	2.48×10^{-3}	kg/cm ³
時間刻み	1×10^{-6}	[-]
粒子数	3000	[-]
容器幅	121.5	cm



円要素 楕円要素 粘性結合円要素

Fig.5 The analytical model

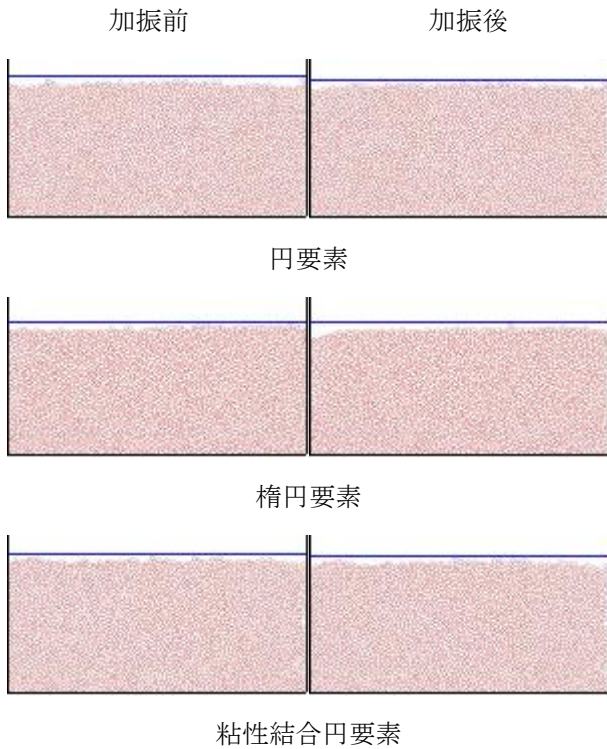


Fig.6 Fall and vibration

Table 2 Analytical result

	加振前		加振後	
	間隙比	間隙率	間隙比	間隙率
円要素	0.213	17.56%	0.198	16.56%
楕円要素	0.160	13.76%	0.139	12.21%
粘性結合円要素	0.220	18.05%	0.205	17.04%

7.2 楕円要素，粘性結合円要素の比較

本節では楕円要素と粘性結合円要素に比較を行なう。

Fig.7は加振時におけるそれぞれの軌跡である。楕円要素，粘性結合円要素共に水平方向に大きく振動していることがわかる。地底付近より地表付近のほうが加振による影響が大きく表れている。間隙比，間隙率に関し多少の差はあるものの軌跡や挙動から判断して粘性結合円要素は楕円要素の代替モデルとして十分機能すると考えられる。

7.3 振動による比較

本節では振幅が 400gal， 800gal， 1200gal， 周波数が 10Hz， 2Hz， 1Hz の正弦波をそれぞれ水平方向に入力し，円要素と粘性結合円要素を比較する。

Fig.8によれば，円要素，粘性結合円要素共に 10Hz では振幅を大きくしても特に大きな変化は見られない。しかし，振幅を大きくし，かつ入力周波数を低

くすると激しい変化が見られた。特に振幅が 1200gal 周波数 1Hz の場合には液面振動のスロッシングと似た挙動を示した。

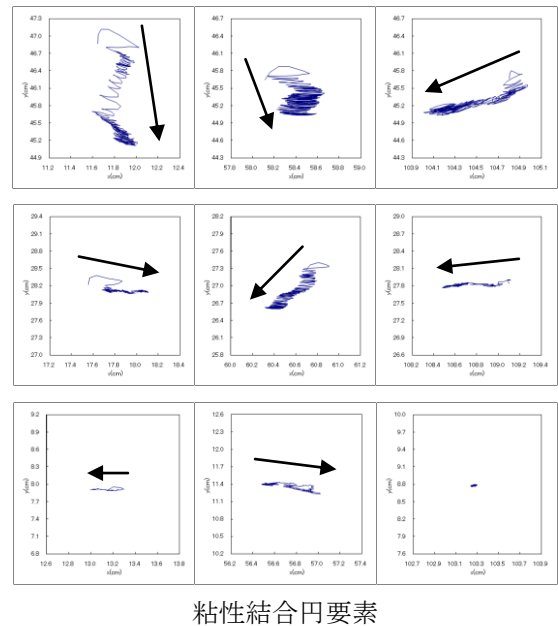
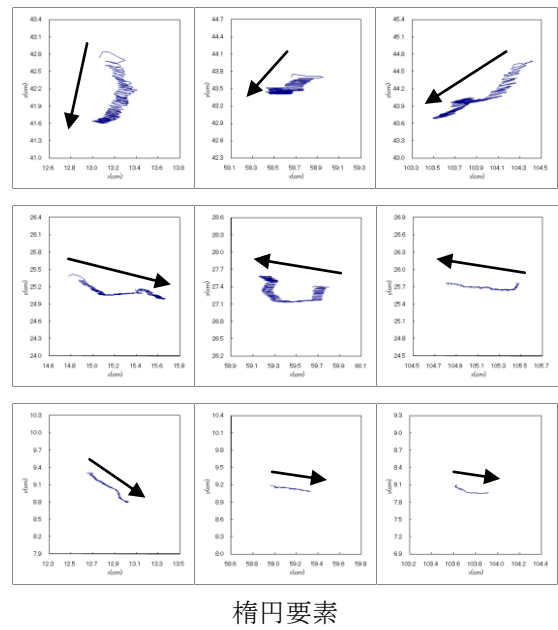


Fig.7 Trajectory of element

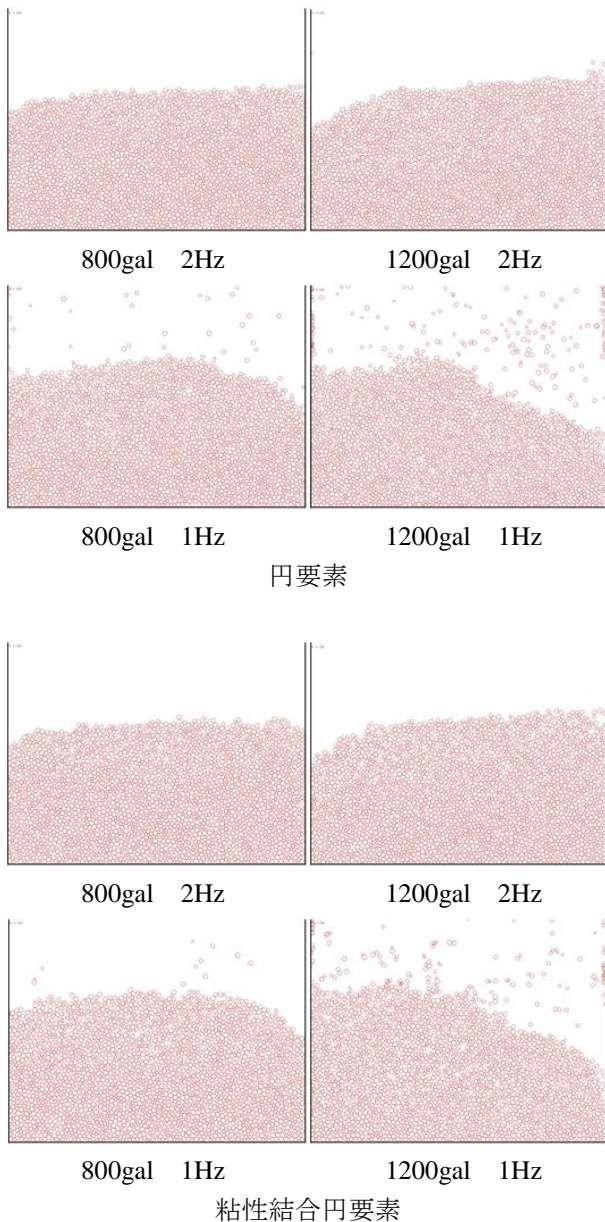


Fig.8 Various amplitudes and frequencies

7.4 容器の振動周期

矩形容器の液体のスロッシングの周期は下式により求められる^[7].

$$T_1 = 2\pi \left[\frac{\pi g \tanh\left(\frac{2\pi h}{l}\right)}{l} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

ここで l は水槽の幅, h は水深である. 容器の幅 ($l=1.215\text{m}$), 高さ ($h=2.25\text{m}$) を代入して求めると ($T_1 \cong 1.85$) となる. 解析結果と比較すると, 振動周期が長くなるほど, つまり容器の振動周期に近づくほどスロッシング挙動に近くなっている.

8. 結論

楕円要素と粘性結合円要素の比較においては振動を与えたときの挙動が類似していることが確認でき, これにより楕円要素を粘性結合円要素で近似することができると判断された. これにより今までの課題であった形状不整粒子に関する計算時間を大幅に短縮することが可能になった.

今後は, 様々な粒子形状を用いたより詳細な特性の検討が必要である.

参考文献

- [1] 伯野元彦, "破壊のシミュレーション", 森北出版, 1997年
- [2] 澤田純男, 岩崎好規, プラダンテージ B.S., "楕円要素を用いた個別要素法による砂のせん断挙動の解析", 第26回土質工学研究発表会, 1991年
- [3] 木村英朗, 藤村尚, "カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析", 土木学会論文報告集第333号, 1983年
- [4] 下山千里, 宮崎明日佳, 吉田長行, "骨格粒子モデルの動的追跡法", 法政大学情報メディア教育研究センター研究報告, Vol.21, 2008年
- [5] 粉体工学会, "粉体シミュレーション入門", 産業図書, 1998年
- [6] Kao-Shing Hwang, Ming-Dar Tsai, "On-Line Collision-Avoidance Trajectory Planning of Two Planer Robots Based on Geometric Modeling", Journal of Information Science Engineering vol15, 1999年
- [7] 越塚誠一, "粒子法", 丸善株式会社, 2005年