

## 準解析的手法による渦電流分布の可視化

### Visualization of High Frequency Current Distribution By Semi-analytical Method

黒田 洪平<sup>(1)</sup> 齋藤 兆古<sup>(2)</sup>

Kohei KURODA, Yoshifuru SAITO

1), 2)法政大学大学院工学研究科

To visualize the electromagnetic fields, we have previously proposed a semi-analytical method, which has made it possible to simulate the complex electromagnetic field distributions not obtain by the conventional numerical schemes, such as finite elements and boundary elements means. Distinguished superior point of our semi-analytical method is that our semi-analytical method is only one way solving for the electromagnetic field, conducting and displacement currents simultaneously.

In this paper, we propose a new semi-analytical approach to visualize the eddy current distribution in a two-dimensional plate, Successful result of this computation promises that eddy current testing may be carried out taking into account the displacement current, i.e., capacitive, effects.

**Keywords:** High Frequency, Eddy current, Semi-analytical approach

#### 1. 結論

小型・軽量・高性能な個人用計算機 (Personal Computer, 以下, PC と略記) は, その多機能化と低価格化により広汎な普及を遂げている. 従来, 電磁界の数値解析は極めて大規模の計算となるため, 大型計算機で行われていた. しかし, 近年の高性能 PC の普及は電磁界解析を個人レベルで可能としている. また, 電気電子機器の高性能化に伴い, 高周波動作を前提とする磁気素子が増加している. これは, 電磁界解析において, 磁気素子の抵抗やインダクタンスを集中定数として考えることが困難なことを意味している.

一方, 電磁界解析は, 電磁界を支配する方程式が偏微分方程式であることから, 微分を有限差分で直接置き換える有限差分法(Finite Difference Method), 変分原理に基づく有限要素法(Finite Element Method)などの数値解析法で行われる. また, 電磁界が無制限点まで広がる開領域問題に対しては, 偏微分方程式の基本解を仮定した境界要素法(Boundary Element Method)などの積分方程式形解法が採用される. 何れの数値解析法も空間・時間領域を細分化し, 細分化された個々の領域で解析的な関数を仮定して解くのが共通の特徴である. しかしながら, このような電磁界の数値解析法は, かなり煩雑な作業と仮定を必要とする.

このような現状を踏まえ, 従来から有限要素法等とは全く異なる準解析的手法を提唱している<sup>1),2)</sup>. 従来の準解析的手法では電流が可視化面に対し垂直方向に流れる場合の例<sup>3),4)</sup>しかなかったが, 可視化面に対し平行方向に電流が流れる場合でも適用可能であることを論ずる.

本論文では, 準解析的方法を用いた例題として,

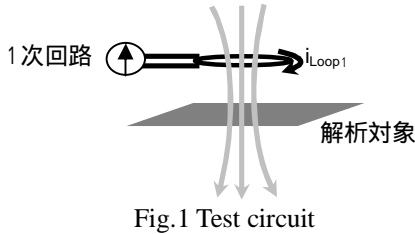
---

原稿受付 2008 年 2 月 29 日  
発行 2008 年 3 月 31 日  
法政大学情報メディア教育研究センター

誘起電圧による渦電流の可視化を試みた一例を報告する。

2. 原理

ここでは、本論文で採用する準解析的手法の原理を説明する。具体例として Fig. 1 に示す試験回路のように1次側より定電流源から印加した有限長ソレノイドコイルの作る磁界によって2次側の銅板に流れる渦電流の可視化を試みる。



2.1 モデリングと等価回路

解析領域は円形とし、正 n 角形の導線が幾十にも重なって領域を満たしていると仮定した分割モデルを考える。Fig.2 に分割モデルの例を示す。導線の各辺にコイルと抵抗が存在すると考え Fig.3 に示す等価回路を描くことが可能となる。

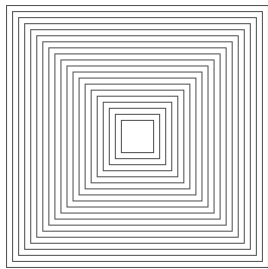


Fig.2 Discretization of semi-analytical method.

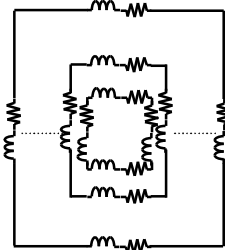


Fig.3 Equivalent circuits of the model.

2.2 システム方程式

各辺の内部抵抗や自己インダクタンスはそれぞれ解析的に計算でき、式(1)、(2)でそれぞれ与えられる。さらに、各辺間の相互インダクタンスは同ループ内であれば式(3)、同ループ以外であれば式(4)で与えられる。

$$r = \sigma \frac{l}{S} \tag{1}$$

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \log \left( \frac{2l}{r'} \right) - 1 \right) \tag{2}$$

$$M_{ij} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \log \left( \frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}} \right) - \sqrt{1 + \left( \frac{d_{ij}}{l} \right)^2} + \frac{d_{ij}}{l} \right) \cos \theta \tag{3}$$

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} (l_i \log[l_i + \sqrt{l_i^2 + d_{ij}^2}] - \sqrt{l_i^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{d_{ij}^2} - l_j \log[\sqrt{l_j^2 + d_{ij}^2} - l_j] - \sqrt{l_j^2 + d_{ij}^2} - (l_i - l_j) \log[(l_i - l_j) + \sqrt{(l_i - l_j)^2 + d_{ij}^2}] + \sqrt{(l_i - l_j)^2 + d_{ij}^2}) \tag{4}$$

したがって、Fig.3 の等価回路から領域内の総辺数を m 個とすれば、正弦波定常状態のインピーダンス行列 Z は以下のようにあらわされる。

$$Z = \begin{bmatrix} r_1 + j\omega L_1 & j\omega M_{12} & \dots & j\omega M_{1m} \\ j\omega M_{21} & r_2 + j\omega L_2 & \dots & j\omega M_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j\omega M_{m1} & j\omega M_{m2} & \dots & r_m + j\omega L_m \end{bmatrix} \tag{5}$$

また、入力電圧ベクトルと出力電流ベクトルをそれぞれ、V, I とすれば、次のシステム方程式を得ることができる。

$$V = ZI \tag{6}$$

よって 求める電流分布ベクトル I は次式で与えられる。

$$I = Z^{-1}V \tag{7}$$

ここで、磁界の大きさは解析領域の中心にかかる磁界が領域全体に均一になっているとし、各辺の端子電圧を Faraday の法則より求めた誘起電圧 v とする<sup>5)</sup>。入力電圧ベクトルと出力電流ベクトルはそれぞれ次式で与えられる。

$$V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_m]^T \tag{8}$$

$$I = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_m]^T \tag{9}$$

ここで、 $v_n, i_n (n=1,2,\dots,m)$  は各辺の電流と電圧とする。

3. 解析

2章で述べた原理に基づき、ソレノイドコイルの半径を 1.5cm、軸長 5cm、巻数を 200 回巻とし印加電流を 1A とした場合の厚さ 1mm の銅板に流れる正弦波定常状態における渦電流ベクトル分布の解析を行う。また磁界の方向は紙面より読者方向に突き抜けた場合とする。

Fig.4 に正 64 角形が 30 ループあると仮定した場

合の周波数を 100Hz, 10kHz, 1MHz の電流ベクトル分布を示す。また解析半径は 0.5cm とする。

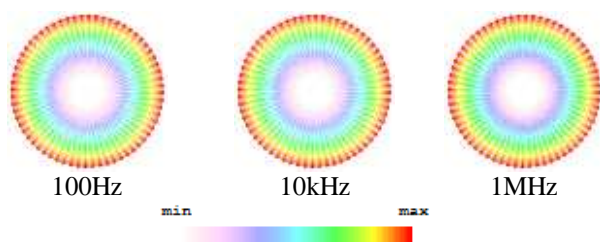


Fig.4 Eddy Current Vector distributions.

分布の強度は Fig.4 中のカラーバーに準ずるものとする。電流は、励磁コイルであるソレノイドの周辺に等しい外側が 1 番多く流れていることが判る。これは磁束が鎖交する面積が大きくなるため誘起電圧も大きくなるからである。また分布の傾向としては何れの周波数も同様な広がり方をしていることが判る。これは平面上の渦電流ベクトル分布は平面方向に関して周波数と無関係であることを意味する。

#### 4. まとめ

本論文では、可視化面と平行に流れる電流ベクトル分布の可視化に対しても準解析的手法が有効であることを論じ渦電流のベクトル分布の可視化を試みた。

このことは渦電流探傷法へ準解析的方法の応用の可能性を示すこととなる。

今後の課題としてキャパシタンスを考慮した場合への拡張とそれに対する実験的検証を行う必要があると考えられる。また対象導体の厚さ方向に対しても分割することでより精度の良い解析が可能であると考えられる。

#### 参考文献

- 1) T.Takano, S.Hayano, and Y.Saito: Coil impedance computation having arbitrary geometrical shape, IEEE PESC'98, Vol.2, (May.1998), pp. 1991-1996
- 2) Yasuyuki Watazawa, Seiji Hayano and Yoshifuru Saito: Semi-analytical electromagnetic field Computation, Int. J. Appl. Electromagn. Mater. Vol.15,Nos.1-4, IOS Press (April.2002), pp. 353-357
- 3) 黒田洪平, 齋藤兆古, 堀井清之: 表皮効果の可視化による高周波用導体断面形状の最適化, 可視化情報学会(July.2006), pp.271-274
- 4) 黒田洪平, 齋藤兆古: 表皮効果の可視化による高周波用導体断面形状の最適化, MAGDA コンファレンス(November.2006), pp77-80
- 5) 齋藤兆古, 早野誠治: 応用電磁工学入門, 産図テキスト, 2000年, pp28-30