

開放分岐型構造の動的解析に関する研究

清井 宗孝 西川 元徳 三浦 寛生
法政大学大学院工学研究科建設工学専攻

吉田 長行
法政大学工学部建築学科

本研究の目的は、道路の側や公園など、どこにでもある樹木の上部や下部に見られる構造を開放分岐型構造と定義し、その構造特性を調査検討することにある。その意図は、樹木の耐震性に着目し、その秘密を工学的に明らかにすることにより、将来の建築構造に役立つ情報を引き出すことにある。そのため建築構造分野だけでなく、植物学、材料学など他分野の文献調査に基づいて樹木の数学的モデルを作成し、その動的解析を行った。

1. はじめに

一般に人工物を作る工学設計では、対象物の目的・機能が明確なため、材料の経済性や強度等のコストを考慮した合目的な最適構造設計が実現できる。従って、人工的に造られた形は全て何等かの意味で目的・機能を持つ。また、生物の形態と機能の間にも、相互に密接な関係がある。生物の形は、自然環境で生命活動を営むのに都合のいいように造られ、全体あるいは各組織・器官の目的を、最も効率的に達成するような合目的的構造となっている。このような観点から、本研究では樹木の枝の機能を力学的側面から捉え、(1) その構造を規定する理論式を導き、樹木モデルの作成、(2) 動的解析を行い、作成したモデルの構造特性を調査検討することにある。

2. 樹木モデルの作成

2.1 樹木の枝の機能と力学的構造理論

樹木の枝の機能は、葉における光合成を効率よくかつ安定した状態で行うために必要な物質輸送機能と枝の力学的強度機能の二つである。二つとも枝の太さを必要とするが、一般の樹木では、枝の重量を支えることができる太さがあれば、物質輸送には十分であると考えられる。従って、枝の主要機能を自重を安全に支えることと見なすと、どの部分の枝も折れにくさが一様であること、すなわち枝の曲げ応力がどの部分でも一定であることが重要と考えられる。この時、枝は分岐点で応力が最大となる(曲げ応力 \geq せん断応力)。このような考えに基づく文献[1],[2]の論考を2.2、2.3で要約する。

2.2 力学的理論式

樹木の枝の構造を単純な円断面の片持梁の構造物とみなし(図1.1)、以下の仮定(1)、(2)を考慮したときの分岐点における最大曲げ応力 σ [kg/cm²]は、(1)式となる。

仮定1) 枝の自重は、元枝の体積に比例する。($W = \alpha_w V$)
仮定2) 重心距離は、元枝の長さには比例する。($L = \alpha_l l$)

$$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{32\pi^2 WL}{C^3} = \frac{128\pi^3 \alpha_l W^2}{\alpha_w C^5} = k \frac{W^2}{C^5} \quad (1)$$

k :定数

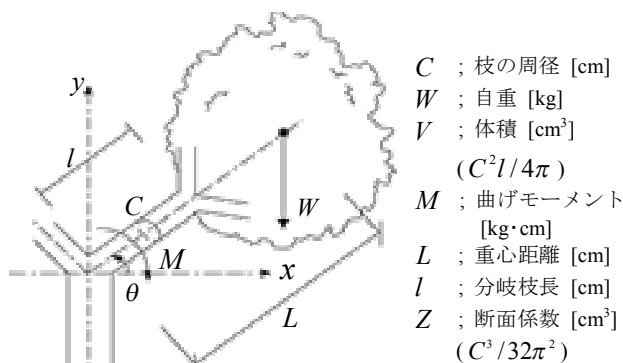


図1.1 樹木の枝の力学的構造モデル

また曲げ応力 $\sigma = const$ の条件下で W と C の関係、および L と C の関係を求めると、

$$M \propto C^3 \quad (2)$$

$$W \propto C^{2.5} \quad (3)$$

$$l^2 \propto C \quad (4)$$

となる。式(2)は曲げ応力一定と等しいので、特に式(3)、(4)が枝の構造力学的制約を与える基本式となる。

2.3 枝の周径と長さの関係

今回は、枝の分岐様式を一様2分岐形態とし、末端の葉は、等価的に枝に置き換えるものとする。また枝は非対称に分岐するものと考え、各枝の周径と長さは等比数列に従って減少し、その公比をそれぞれ k_c 、 k_l とする。

$$\begin{cases} l_{i,2j-1} = k_{l1} l_{i-1,j}, & l_{i,2j} = k_{l2} l_{i-1,j} \\ C_{i,2j-1} = k_{c1} C_{i-1,j}, & C_{i,2j} = k_{c2} C_{i-1,j} \end{cases} \quad (5)$$

$(i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 2^{i-1})$

次に、元枝を支える重量 W_0 が、分岐した枝の重量 W_1 と W_2 の和に等しい((6)式)より、周径と枝長さの公比の関係((7)式)を求める。これらのうち1つの枝長さの公比 k_{l1} に乱数を用い、枝の分岐形態にばらつきを持たせる。これより、非対称一様2分岐モデルを次々と構築できる。

$$W_0 = W_1 + W_2 \quad (6)$$

$$k_c = k_l^2 \quad k_{c1}^5 + k_{c2}^5 = 1 \quad (7)$$

2.4 分岐角度の関係

枝の分岐角度に多様性を持たせるため、枝元には曲げ応力一定（力学的安全率）の要因のほかにも、以下に挙げる様々な要因が作用しているものとする。

内的要因：水分・栄養分の輸送負荷など
 外的要因：風、地震、重力、光合成など

これらの影響により、力学的安全率の生存確率が一律でないものとする。例えば、力学的安全率が高い＝生存確率が高いとは言えない。力学的安全率の発生確率に関するある種の最適化が進行したと推定した場合、種の保存により一律でない生存確率が生じ、各種固有の（分岐角）の発生確率が定まるとする。また分岐角は、曲げ応力を通じて力学的安全率に関与する。従って、力学的安全率と分岐角の発生確率とは、密接な関係があると考えられる。以上の考えより、新たに仮定(3)を考慮し、これを分岐角決定式として定式化すると次式となる。

仮定3) 分岐角の発生確率は枝分岐点の（曲げ応力に關する）力学的安全率の発生確率と比例する。

$$\frac{1}{v} = \mu \cos \phi \quad \mu = \frac{WL}{\sigma_t Z} \quad (\leq 1.0) \quad (8)$$

ここに、 v :枝分岐点の引張安全率、 σ_t :枝の引張強度、 ϕ :分岐角とする。(8)式より、分岐角 ϕ の大小と力学的安全率 v の大小は比例的である。一樣乱数 $r(0 \leq r \leq 1)$ より、力学的安全率 v を以下の(9)式より求める。(※Appendix)

$$v = 3 - 2\sqrt{1 - \sqrt{r}} \quad (9)$$

以上、(8)、(9)式より分岐角を決定する。

2.5 成長プロセスによる最適条件

樹木は、成長するに従い成長率が次第に低下し、やがて完全に成長を止める。ここで仮定(4)を考慮し、樹木モデルにおける枝の末端での周径がある値に達したら成長を止めるようにする。また一般に樹木の成長は、若木や高齢木を除外し、平均すると胴回り(周径)と樹齢、胴回りと樹高には、以下の関係^[3]がある((10)式)。以上により、実際の樹木の成長過程を考慮したモデルを作成することができる。ここで、ある1つの樹木モデルの成長過程を本研究では、1つの成長プロセスと考える。

仮定4) 成長段階のどの時期においても末端の枝の周径は一定である。

$$Age = \frac{C_0}{1.3 \sim 2.5} = \frac{H}{15.0 \sim 50.0} \text{ [cm]} \quad (10)$$

ここで、 Age :樹齢、 C_0 :基幹の周径、 H :樹高とする。以下に、ある1つの成長プロセスのモデル図を示す。

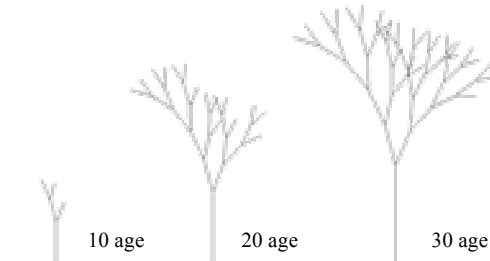


図 2.1 成長プロセスを考慮したモデル

3. 解析手法

1つの成長プロセスの成長段階（樹齢）の比較だけでなく、複数の成長プロセスによるモデルを作成し解析を行う。ここで各分岐点から次の各分岐点までの枝を一つの部材(要素)と考え、有限要素法による振動応答解析を行う。尚、数値積分法には、線形加速度法を用いた。入力地震動には、EL CENTRO等の地震波を用いた。

3.1 解析手順

以下に解析手順を示す。

- Step1) 成長プロセスの異なるモデル作成
- Step2) 固有値解析
- Step3) 時刻歴応答解析

Step1 で、解析モデルを作成し、Step2 で、固有値・固有周期を求め、モデルの挙動の検討。また、固有振動数を求め、減衰マトリクスを作成する。Step3 で、地震波を入力したときの応答を求める。

4. 解析結果

4.1 固有値解析

固有値解析の結果として、モデルの1次、2次の固有モード図、固有周期の一例を示す。

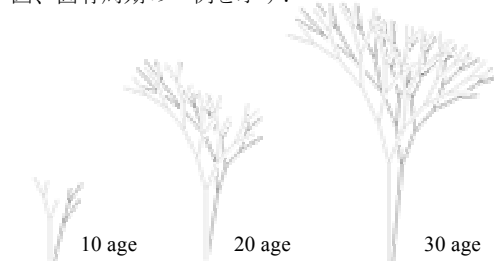


図 4.1 1次固有モード図

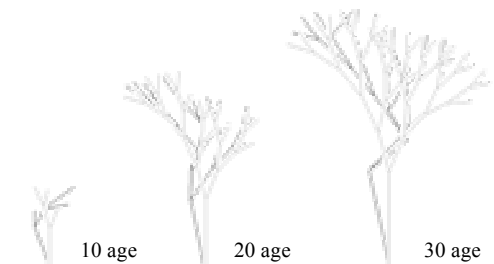


図 4.2 2次固有モード図

表 4.1 1次、2次固有周期

	10 age	20 age	30 age
1次	0.863	0.309	0.682
2次	0.217	0.046	0.346

[s]

成長段階（樹齢）による比較では、30ageが最大とはならず、10ageが最大となる結果が得られた。また成長プロセスの違いによる比較においては、一定の傾向は見られず様々な結果が得られた。これは、モデルを乱数により作成しているため、分岐後の枝の周径のばらつきによる影響が大きいと思われる。

4.2 時刻歴応答解析

時刻歴応答解析の結果として、EL CENTRO 地震波による変位と軸力の応答を示す。(変位は、枝末端の最大変位値と、根元の軸力を用いた)

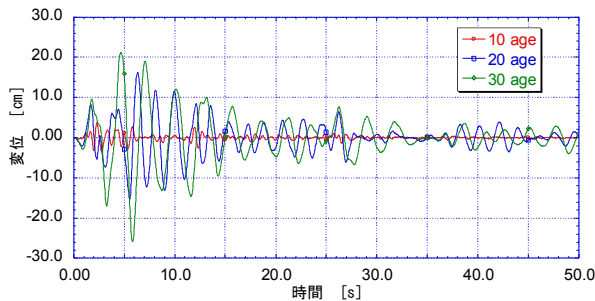


図 4.3 変位応答図

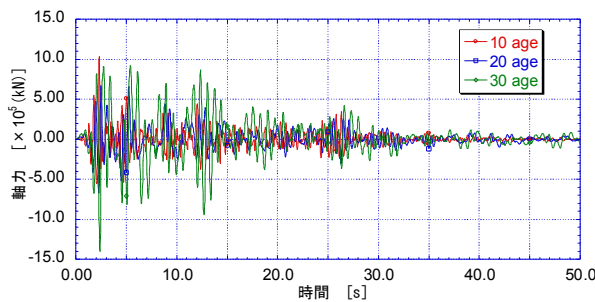


図 4.4 軸力応答図

時刻歴応答の結果、変位応答では、樹木は成長するに従い変化量が増加する傾向が見られる。他の成長プロセスにおいても同様の結果であった。

次に軸力では、成長するに従い変化量が増加する傾向が見られるが、成長プロセスによって異なる結果となった。

4.3 分岐による耐震効果の比較

非分岐構造と分岐構造において、総体積が等しい場合の枝末端での最大変位値を樹齢毎に比較した。以下に、1つの成長プロセスについての非分岐構造に対する分岐構造の最大変位比を示す。

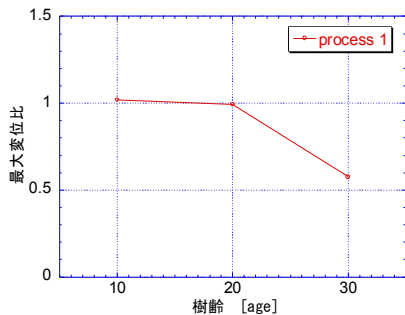


図 4.5 最大変位比

樹木は成長し、分岐数が増加するに伴い最大変位比は、減少する傾向にある。樹齢 10age と 20age おいて、非分岐分岐構造と分岐構造の最大変位値に殆ど変化が見られないのは、枝分岐数が少なく、構造形状に殆ど違いがないことが原因と思われる

次に、非分岐構造と分岐構造において、総体積が等しい場合の根元でのベースシアー係数比について樹齢毎に比較した。以下に、1つの成長プロセスについての非分岐構造に対する分岐構造のベースシアー係数比を示す。

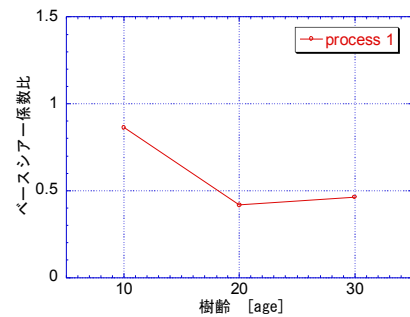


図 4.6 ベースシアー係数比

樹木は成長し、分岐数が増加するに伴い根元のベースシアー係数比は、概ね減少する傾向が見られる。

5. 結論

樹木の成長を考慮し、実際の樹木に近いモデル化ができた。また複数の成長プロセスを作成し、有限要素法による振動応答解析を行った。結果、以下の知見を得た。

- 1) 樹木は成長に従い、枝末端の変位量は増加する。
- 2) 開放分岐型構造（樹木）では、枝の上下慣性力が幹の軸力変動を引き起こす。
- 3) 樹木は、分岐することにより耐震効果を備えている。

本研究により、開放分岐型構造の構造特性については、上部構造の幾何学的非線形性の考慮や上部構造のみだけでなく下部も考慮した樹木モデルにおける、さらなる調査が必要であると思われる。

[Appendix]

本文(9)式の計算過程を以下に示す。
まず確率分布関数を

$$f(v) = a(v-1)^n(v+b)^n, \quad n \geq 2 \quad (11)$$

と仮定し、条件 $f(3)=1$, $df(3)/dv=0$ より、 a, b を求めると以下となる。

$$r = f(v) = \left(\frac{v-1}{2}\right)^n \left(\frac{5-v}{2}\right)^n \quad (12)$$

(12)式を v について解くと、本文(9)式が導かれる。

[参考文献]

- [1] 山越憲一, “樹木の枝の形態と適応”, システム/制御/情報, VOL36, No4, pp.254~262, 1992.
- [2] 山越憲一, 戸川達男, 神谷瞭, “樹木の枝の形態と力学的最適構造”, 医用電子と生体工学, 1976.
- [3] ピーター・トーマス著, “樹木学”, 築地書館, 2001.

キーワード.

樹木、動的解析、

Summary.

A Study on Dynamic Analysis of Open Branched Structure Model

Munetaka Kiyoi Motonori Nisikawa Hirou Miura
Division of Engineering, Graduate school, Hosei University

Nagayuki Yoshida
Faculty of Engineering, Hosei University

This research defines the structure to be seen in the upper part of the trees and their roots as the open branched structure, and investigates its structural property. Its aim is to make clear the secret of the earthquake-resistance characteristics of a tree from the viewpoint of the engineering, and also to find out the useful information for the future of architectural structures. Because of that we create the mathematical model of trees based on the bibliographic search to other fields such as botany, and performed the dynamic analysis for the models.

Keywords.

Open branched structure, tree, dynamic analysis