

チタン製中空管を用いた空洞共鳴の研究

松村 信宏

法政大学大学院工学研究科機械工学専攻

金丸 大樹 岩原 光男 長松 昭男

法政大学工学部機械工学科

今日ゴルフクラブ特にドライバーは、目覚ましい技術革新による飛距離性能の向上の為、SLE ルールと呼ばれるドライバーヘッドの反発係数を規制する規定が生まれた。このルールは、ヘッドの打撃面の反発係数が 0.83 以下でなくてはならないというものです。これにより、ドライバーヘッドにおいては飛距離性能での商品の差別化が困難になりつつある。そこで、新たな付加価値として打球音の心地良さが注目されている。製品開発において、時間やコストを抑えつつ音質の良さを追及するには、設計段階で音を計算し、予測する方法が有効である。

本研究はその手法について、この音が商品の付加価値を決めるドライバーヘッドの前段階として、チタン製中空管を用いた空洞共鳴の研究を行った。

1. 緒論

本研究はゴルフクラブ、ドライバーの打撃音の音質向上を目的として行っている⁽¹⁾。現在までに、NASTRAN⁽²⁾による解析結果を基に表面振動と速度ポテンシャル⁽⁵⁾を導出し、放射音を予測するプログラムを作成し、様々なモデルにおいて実用性の検討を重ねてきた。現在までに簡単な形状のアルミ製片側段付平板、アイアンヘッド、ドライバーヘッドと同じ材質で作成された中空管で行ってきた。その中で、片側段付平板、アイアンヘッドにおいて実用性を検証できた。

チタン製中空管は、削り出し、鍛造等で一体物として作成されているアイアンヘッド等とは違い、円筒と円板を溶接により接合し作成されている為、実物が設計図どおりに作られていない事が考えられる。その他に、中空構造体内部での空洞共鳴による表面振動への影響が考えられる。

本稿では、チタン製中空管を用いて上記の 2 つの項目について実験と計算の両面から検証を行い、中空構造体における最適なモデル化を模索した結果を述べる。

2. 放射音予測プログラム

本研究では、モード解析理論⁽⁴⁾と速度ポテンシャルの重ね合わせ理論を基に、振動板による音を求めるプログラムを FORTRAN により作成した。プログラムのフローチャートを図 1 に示す。概要は、NASTRAN により計算された固有値を用い、各要素の表面速度、速度ポテンシャルを計算し、個々の値を重ねあわせる事により全体の音圧を求める。

最後に音圧データを逆フーリエ変換し、耳で聞こえる音を作成するという流れになっている。

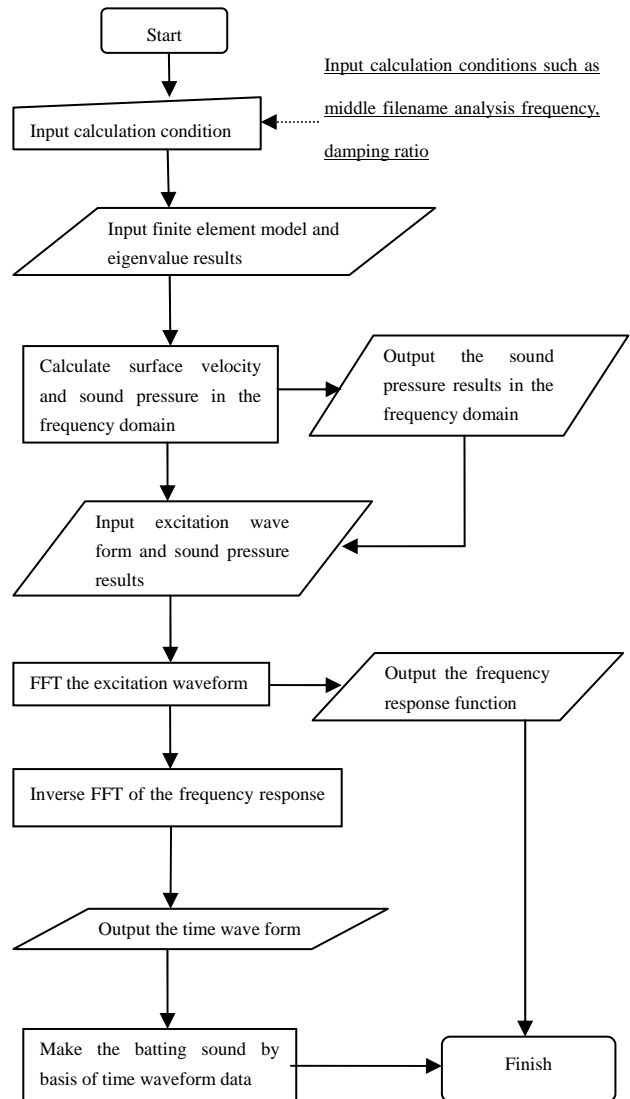


図 1. プログラムフローチャート

3. 構造/流体連成解析

3.1 Body in white 法

流体/構造連成解析に用いる計算理論及び、処理手順を下記に示す⁽³⁾。

1. ボックス探索アルゴリズムを使用し、流体自由面とそれに対応する構造面を特定する。
2. 流体自由面と(流体要素に対して垂直なボックス探索によって特定された)構造要素面のリストを対象に、次の処理を行う。
 - a. 流体自由面ごとに面座標系を定める。
 - b. 次の関係を用いて流体要素の各節点の合成圧力 R_i を特定する。

$$R_i = \iint_{N_f} p_i dS \quad i = 1, N_{grid} / elem \quad (1)$$

N_f : 任意の節点 S: 面積

- c. (仮想仕事によって決定された)次の式を用いて流体要素の節点に対する単位節点圧あたりの合成圧力 F_i を求める。

$$\{F_i\} = \int_s \{N_f\}^T [N_f] dS \{p_i\} \quad (2)$$

p_i : 単位節点圧

- d. 自由流体面の原点を用いて圧力の中心座標 (X_{pi}, Y_{pi}) を求める。関係は次式になる。

$$X_{pi} = \sum_j^{grids} \frac{F_i}{R_i} (X_j - X_0) \quad (3)$$

$$Y_{pi} = \sum_j^{grids} \frac{F_i}{R_i} (Y_j - Y_0) \quad (4)$$

X_0 : 自由流体面の原点 X_j : 自由流体面の任意の点

- e. 適切なモーメント関係を持つ流体面に対して垂直な単位運動だけを考慮するため、剛体関係を使用し、各構造要素の節点における荷重分布を求める。流体要素に対する各構造要素の垂直投影面積を重み関数として用いる。式は次式になる。

$$\{F_j\} = [W][R]([R]^T[W][R])^{-1} \begin{Bmatrix} R_i \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $\{F_j\}$ は j 個の各構造要素の節点における荷重分布ベクトル、 $[W]$ は重み対角マトリックス、 $[R]$ は剛性変換マトリックスである。

- f. 流体要素の各節点についてこの処理を繰り返

し、構造節点における力の合計を求める。

- g. このアルゴリズムでは、構造要素が流体に部分的に触れているだけかどうかを気にする必要はない。常に剛体平衡が必要である。
3. 流体要素とそれに対応する構造要素群について同じ処理を繰り返し、構造節点における力の合計を求める。

3.2 モード寄与率の理論

流体と構造の運動方程式は次の式で表される。

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ -A^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & A \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s \\ P_f \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、

M = 質量, B = 減衰, K = 剛性, u = 変位, p = 圧力, s = 構造, f = 流体, A = 境界マトリックス, P = 荷重

寄与率は次の式で得られる。

$$\{u_s\} = \{\Phi_s\} \{\xi_s\} \quad (7)$$

$$\{p\} = \{\Phi_f\} \{\xi_f\} \quad (8)$$

ここで、 $\{\Phi_s\}$ は非連成・非減衰構造モード、 $\{\Phi_f\}$ は非連成・非減衰剛壁音響モード、ベクトル $\{\xi_s\}$ および $\{\xi_f\}$ はモード振幅である。これらの式を式(6)に代入し、モーダルマトリックスを左から掛けると、次の式を得る。

$$\begin{bmatrix} \Phi_s^T M_s \Phi_s & 0 \\ -\Phi_f^T A^T \Phi_s & \Phi_f^T M_f \Phi_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_s \\ \ddot{\xi}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_s^T B_s \Phi_s & 0 \\ 0 & \Phi_f^T B_f \Phi_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_s \\ \dot{\xi}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_s^T K_s \Phi_s & \Phi_s^T A^T \Phi_f \\ 0 & \Phi_f^T K_f \Phi_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_s \\ \xi_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_s^T P_s \\ \Phi_f^T P_f \end{Bmatrix} \quad (9)$$

または、

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ -a^T & m_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_s \\ \ddot{\xi}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_s & 0 \\ 0 & b_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_s \\ \dot{\xi}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & a \\ 0 & k_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_s \\ \xi_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_s \\ Q_f \end{Bmatrix} \quad (10)$$

次の調和加振周波数 ω を定義する。

$$\begin{Bmatrix} \dot{\xi} \\ \xi \end{Bmatrix} = i\omega e^{i\omega t} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\xi} \\ \dot{\xi} \\ \xi \end{Bmatrix} = -\omega^2 e^{i\omega t} \quad (12)$$

式(10)の下の方より、次の式を得る。

$$\omega^2 [a]^T \{\xi_s\} + [-\omega^2 m_f] + i\omega [b_f] + [k_f] \{\xi_f\} = \{Q_f\} \quad (11)$$

$[Z_2]$ を次のように定義する.

$$[Z_2] = [-\omega^2 [m_f] + i\omega [b_f] + [k_f]]^{-1} \quad (12)$$

すると,

$$\{\xi_f\} = -\omega^2 [Z_2] [a]^T \{\xi_s\} + [Z_2] \{Q_f\} \quad (13)$$

流体モード寄与率は次のように定義する.

$$[P_f] = [\Phi_f] \{\xi_f\} \quad (14)$$

ここで, $\{\xi_f\}$ は加振周波数あたりの流体モード振幅の対角ベクトルである. 構造モード寄与率は次のように定義される.

$$[P_s] = -\omega^2 [\Phi_f] [Z_2] [a]^T \{\xi_s\} \quad (15)$$

ここで, $\{\xi_s\}$ は加振周波数あたりの構造モード振幅の対角化ベクトルである.

流体荷重寄与率は次のように定義される.

$$[P_f] = [\Phi_f] [Z_2] \{Q_f\} \quad (16)$$

流体/構造パネル寄与率は次のように定義される.

$$[P_p] = -\omega^2 [\Phi_f] [Z_2] [\Phi_f]^T [A]_{panel}^T [\Phi_s] \{\xi_s\} \quad (17)$$

流体/構造パネル/節点寄与率は次のように定義される.

$$[P_g] = -\omega^2 [\Phi_f] [Z_2] [\Phi_f]^T \{A_b^T\} [\Phi_s] \{\xi_s\} \quad (18)$$

ここで, $\{A_b^T\}$ はパネル節点 i の b 番目の境界パネルから抽出した列, $[\Phi_s]$ はパネル節点 i に対応する構造モードマトリクスの行である.

3.3 計算モデル概要

下記に計算に用いたモデルの概要を示す.

図 2, 3 は今回, 計算に使用したモデルである. このモデルは, 赤く示された円板と青い半円筒, これらを部品とする中空管により包まれた水色の空気より構成される. 円板, 半円筒はそれぞれ厚さ一様の shell 要素で定義し, 実物は溶接で接合されている部品同士の接合部は, 接点共有で表現している. 空気は solid 要素で定義している.

チタンモデルの板厚はそれぞれ円板部 3.2mm, 半円筒部は 1.5mm, 物性値は, 円板部に 6-4 合金チタンを用い, 半円筒部に工業用純チタンを用いている. 中空管の特性は実際のモデルを基に作成した.

構造体である中空管と, 流体である空気の境界面の設定について次に示す.

1. 剛体壁の容器内にある流体の固有値を求めるため流体の壁面に対しては何の設定もしません(剛体壁として扱われる). また, ACMODL を用いて, 流体・構造の連成を定義する.
2. 流体に自由表面部分が存在し, それを表現する場合, バネ剛性の定義が必要ですが, 流体部分に直接荷重をかけることができない為, 流体の自由表面上に無視できる程の非常に小さいシェル要素を定義し, これに重力に相当するバネ要素を定義します.
3. 2 におけるバネ剛性の数値は, 下記の式より導出した.

$$k = A \times \rho \times g$$

A: 節点に対応する面積, ρ : 流体密度, g: 重力加速度

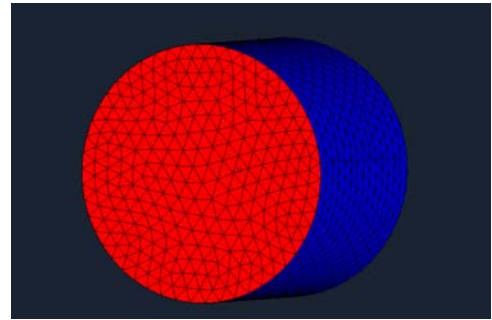


図 2. 計算モデル全体図

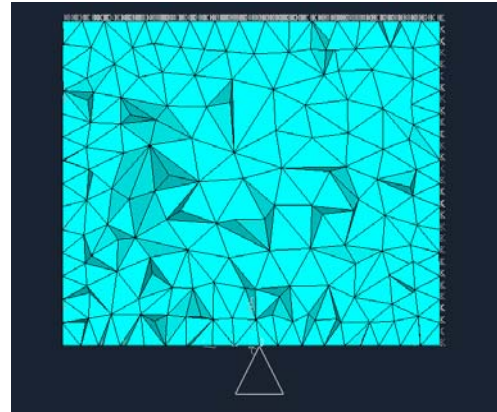


図 3. 計算モデル詳細図

4. 実験

実験装置を図 4 に示す. 実験は図左中央部に細い糸で 4 方向よりチタンモデルを吊るし, インパルスハンマで加振を行い, 応答をレーザードップラー振動計により測定する. レーザードップラー振動計は, 加速度ピックアップ接着による中空管の薄板表面の振動への影響を考慮し, より高精度な振動測定の為, 使用した. また, 正確なインパクト加振を行う為, 図 4 のように

ハンマを写真のような治具で固定し、ハンマ先端を弾く事により打撃加振を行った。これらの手法により、実験精度向上を図った。

実験モード解析は、中空管円板部の任意の点に振動計のレーザー光を放射して応答点を固定し、ハンマの加振点を移動する方法により行った。測定は1つの点に5回平均で行った。図5に実験モード解析に用いたモデルを示す。

今回の実験モード解析において打撃加振は、中空管の円板部のみ行った。これは、レーザードップラー振動計の特性上、円筒部を加振した際の円板の振動の測定が不可能である事に起因する。

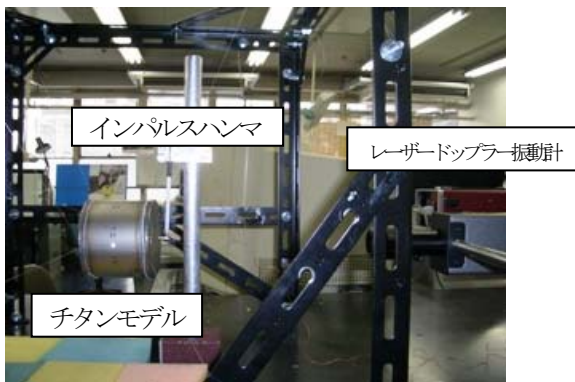


図4. 実験装置

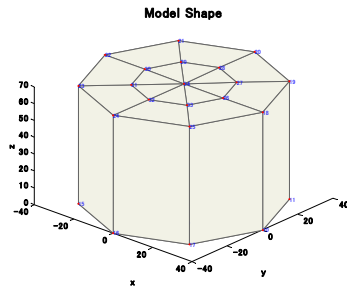


図5. 実験モード解析モデル

5. 結果の比較と考察

まず、モード形状における計算結果と実験結果の比較は次のとおりである。計算モード解析によるモード形状は、従来の空気が内部に無いモデルと同様に、円筒と円板のモード形状を組み合わせたものである。

4500Hz 付近までは、モデルの底部及び上部の円板部分のみが円板単体の低次モード形状と同様の形状として現れる。その後はモデル側面の筒部分のみが円筒単体の低次モードと同様に振動し、高周波領域では、円板と円筒の高次モードが一度に混ざった形でモード形状が現れる。実験モード解析による結果では、計算モード解析と比べ点数が少ない為、高次のモード形状については確認できないものの、低次モードに関しては一致している。

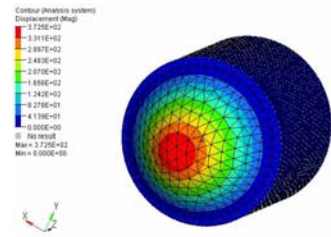


図6. 計算モード解析による1次のモード形状 (流体/構造連成モデル)

Mode Shape - Order = 2, f = 1904 (Hz), c = 0.0021 (m)

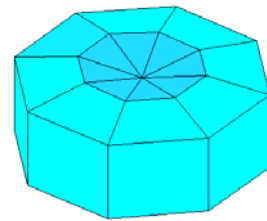


図7. 実験モード解析による1次のモード形状

図6,7に、計算モード解析による1次のモード形状、実験モード解析による1次のモード形状をそれぞれ示す。上記の考察のとおり、双方の結果共に円板部において1次の曲げモード形状を表している。これ以降においても、双方の結果が一致している事が確認できた。

続いて、本稿で用いた流体/構造連成解析モデルと、従来の構造のみのモデル(図8参照)との計算モード解析同士の比較の結果は次のとおりである。

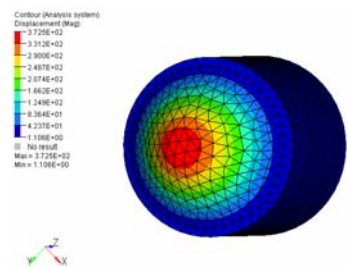


図8. 計算モード解析による1次のモード形状 (従来のモデル(構造のみ))

構造部分の振動モードにおいては、双方のモデルにおいて固有振動数、モード形状において一致している。また、本稿で用いた流体/構造連成モデルの結果では、上記の振動結果以外に空気の固有モード形状が現れたが、このモードの励振による構造の振動モードは現れなかった。原因としては、空気の固有振動数が構造と一致していない事、空気の振動エネルギーが非常に小さいという事が考えられる。これより、中空管の表面振動における内部の空気の影響は少ないと考えられる。

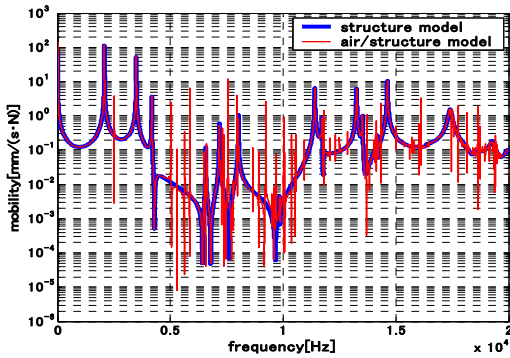


図 9. 解析手法の相違によるそれぞれのモデルより導出される表面振動の結果

図 9 は、本稿で用いた流体/構造連成モデルと従来の構造のみのモデルの周波数応答解析による表面振動を比較したグラフである。青い太線が従来モデルによる結果、赤い線が流体/構造連成モデルによる結果だ。表面振動における空洞共鳴の影響を表す為に、表面振動を計算する上で設定した加振点、応答点は以下のとおりである。

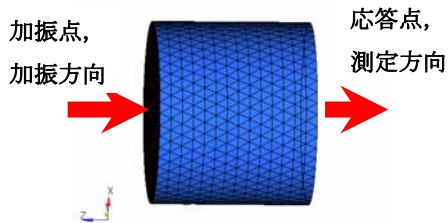


図 10. 計算、実験における比較した表面振動データの測定環境（加振点、応答点位置と方向）

図 9 より、従来のモデルと空気が内部に詰められたモデルでは、周波数応答関数の波形に違いが出ている。この、従来のモデルの周波数応答関数では現れなかったピークが空気による表面振動への影響ではないかと考えられる。しかし、構造体のみ固有振動数によるピークの位置、形は、双方のモデルにおいて一致しており、内部の空気により本来構造体をもつ振動特性が大きく変わるという事はないと考えられる。

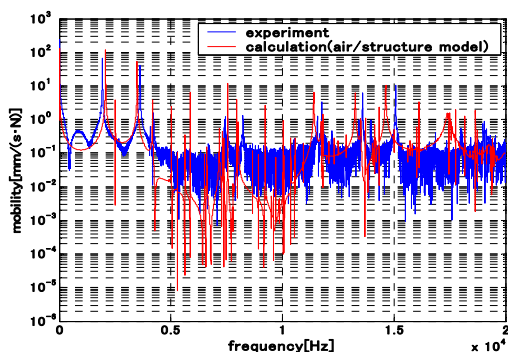


図 11. 表面振動における実験と計算の比較

図 11 は、本稿で用いた流体/構造連成モデルによる表面振動と、実験により測定された表面振動の結果の比較である。この図の表面振動は、図 10 と同様の箇所を加振点、応答点として測定されたものである。

このとおり、計算では出ている内部の空気の影響による表面振動のピークは、実際には測定されていない事が理解できる。原因としては、計算モデルにおいて内部の空気のみをモデル化した為、小さな内部の空気による構造体への影響が計算上で大きく表現されたのではないかと考えられる。

従って、このようなチタン製中空管において空洞共鳴による表面振動への影響は考えられないという結果になる。よって、チタン製の中空構造体においても、従来どおりの構造体の固有値を基に構造体表面の振動のみを計算し、音を作成する放射音予測プログラムの方法が有効であると考えられる。

また、この方法は、より実用的なドライバーヘッドにおいても、本研究で用いた中空管と同じ材質である為有効であると考えられる。

6. 結論

中空管円筒における空洞共鳴による円筒表面の振動に対する影響は、今回の解析結果では大きくなかった。従って、ドライバーヘッド等中空構造体の打球音予測においては、実物を再現した精度の高い計算モデルの作成が求められる。それは、ヘッドを構成する様々な部品の接合部、個々の部品の細かい板圧、物性値の再現等である。

より複雑な構造体の打球音予測においては、精度の良い実物のモデル化が重要になる為、モデル化手法の向上が必須であると考えられる。

7. 参考文献

- 1) 平松 香梨他, Sound and Vibration Simulation of the Golf Club, (2006), 法政大学計算科学研究センター
- 2) MSC NASTRAN 2001 日本語オンラインマニュアル, MSC Software, 2001
- 3) MSC NASTRAN 2004 リリースガイド, MSC Software, 2004
- 4) 長松昭男, モード解析入門, (1993), コロナ社
- 5) 鈴木浩平ほか, 機械工学のための振動・音響学, (2002), サイエンス社

キーワード

音響、振動、シミュレーション、実験モード解析、有限要素法、表面振動

Summary.

The research of the cavity resonance using the hollow tube made of the titanium

Nobuhiro Matsumura

Graduate course of mechanical engineering, Hosei University

Taiki Kanamaru

Department of mechanical engineering

Mitsuo Iwahara, Akio Nagamatsu

Department of mechanical engineering

In this present, the flight-distance performance of driver head was controlled by SLE rule which controls the restitution coefficient of driver head from remarkable technological innovation of driver head. This rule decides restitution coefficient of the stroke plane of the head is under 0.83. From this rule, it is difficult to make discrimination in the flight-distance performance of driver head.

Then, feeling merit of the batting sound is noticed as new added value.

In the product development, the method for predicting the sound by design stage is effective in order to pursue the sound quality, while time and cost are reduced. This study carried out the verification using the driver head in which this sound decided added value of products. As the previous step, we researched the cavity resonance study by using hollow tube made of the titanium.

Keywords

Sound, Vibration, Simulation, Experimental modal analysis, Finite element method, Surface velocity