

電流分布推定に伴う逆問題解析の一方法

穴吹 幸彦, 早野 誠治, 齋藤 兆古
法政大学大学院工学研究科

電気・電子機器周辺の電磁界分布から電磁界源分布を求める源推定逆問題は、電磁環境問題 (EMC 問題) を解決する有力な手段であり、真に環境にやさしい電気・電子機器の設計・製造論の確立をもたらす。筆者らはこの観点から源推定逆問題を解く幾つかの方法を提案してきた。源推定に関する逆問題解析の問題点は、与えられる既知情報量よりも求めるべき未知情報量が圧倒的に多く、何らかの拘束条件を仮定しなければ解が一意的に決まらない。本論文では、源推定に関する逆問題を解析する方法として重み付き逆行列法を提案する。重み行列を適用して正規化した不適切線形システム方程式が依然として不適切である場合の対策手法を議論し、電気・電子機器周辺の局所的に与えられる磁界測定から機器内部の電流分布を可視化する方法を提案する。

1. はじめに

近年、携帯電話やパソコンの広範な普及に伴い、高周波駆動の電気・電子機器から放射される電磁界の相互干渉による機器の誤動作は社会的問題となっている。いわゆる EMC (Electromagnetic Compatibility) 問題である。

電気・電子機器の EMC 問題の解決で、最も重要なことは機器周辺へ電磁界を放射する機器内の電流分布を知ることである。しかしながら現代の電気・電子機器は、ほぼ完全な密閉構造をしており、内部の電流分布を測定するために、機器そのものを破壊・分解しなくてはならない。このような電気・電子機器の破壊・分解を行うことなく、機器の EMC 的健全性を評価することは、電気・電子機器の動作に伴う周辺磁界分布から内部の電流分布を推定することに帰する。通常、これは不適切な逆問題を解くこととなる。すなわち、電気・電子機器周辺から放射される磁界の全てを測定することは不可能であり、局所的に測定された磁界から、磁界源となる電流分布を計算しなければならない。

本論文では、逆問題で遭遇する不適切な線形システム方程式を解く方法として重み付き逆行列法について吟味する。重み付き逆行列法は解の形を仮定して解ベクトルを決定する解法である。すなわち、未知数の数 m から式の数 n を引き算した数 $(m-n)$ 個の解要素を単純に式の数 n に等しい解要素に従属して決めるのではなく、何らかの関数で補間して与えようとする考え方に基づいている。多くの物理系における解の形は解の存在する空間座標の連続関数として表される。重み付き逆行列法は解が空間座標の関数として級数展開可能であることを仮定し、展開された級数の係数を決定することで逆問題の解を得る方法である。しかし、係数を決定する際に逆行列計算を必要とし、必ずしも係数ベクトルが得られるとは限らない。そこで本論文では、不適切な線形システム方程式へ重み行列を適用して得られる正方化されたシステム方程式が依然として不適切である場合の解法を提案し、局所的な磁界測定から電気電子機器内の電流分布を可視化する方法を提案する。

2. 逆問題解析法

2.1 重み付き逆行列法

式(1)で与えられる一般的な線形システム方程式を考える。

$$ax + by = c$$

or

$$(a \ b) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (c) \quad (1)$$

重み付き逆行列法 (Weighted Inverse Matrix, 以下 WIM と略記) 法により式(1)で表されるシステム方程式の解を導くことを考える。式(1)は式の個数が 1、未知数の個数が 2 であるから、解ベクトルを以下のように仮定する。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} s_0 \quad (2)$$

ここで、 w_1, w_2 は重み係数であり、 s_0 は定数である。

式(2)を式(1)に代入すれば、

$$(a \ b) \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} s_0 = (c) \quad (3)$$

であるから、

$$s_0 = (w_1 a + w_2 b)^{-1} (c)$$

or

$$(4)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} s_0 = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} (w_1 a + w_2 b)^{-1} (c)$$

として解ベクトルが得られる。

式(4)を一般的に書けば、式(5)のように書ける。

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} (\mathbf{C}\mathbf{W})^{-1} \mathbf{Y} \quad (5)$$

式(5)で \mathbf{W} は重み行列である。

システム行列 \mathbf{C} が n 行 m 列の横長の長方形列であることに對して、重み行列 \mathbf{W} は m 行 n 列の縦長の長方形列である。式(5)で $\mathbf{C}\mathbf{W}$ は、システム行列 \mathbf{C} を重み行列 \mathbf{W} によって n 行 n 列の正方形列に内挿している。すなわち、WIM 法は解のある関数系で内挿して解くことに他な

らない。

2.2 重み行列の決定

WIM 法において最も重要なことは重み行列の決定である。WIM 法は解がある関数系で級数展開可能であることを前提とした解法である。ここでは、解がフーリエ級数展開可能であることを仮定する。直交座標軸を α と β とする 2 次元空間において得られる解 \mathbf{X} は解空間 α と β の関数であり、以下の形で与えられる。

$$X(\alpha, \beta) = s_0 + s_1 \cos \alpha + s_2 \sin \alpha + s_3 \cos \beta + s_4 \sin \beta + s_5 \cos \alpha \cos \beta + s_6 \cos \alpha \sin \beta + s_7 \sin \alpha \cos \beta + s_8 \sin \alpha \sin \beta + \dots \quad (6)$$

式(6)より、重み行列が式(7)のように決定される。

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{S}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & \cos \Delta\alpha & \sin \Delta\alpha & \dots & \sin \Delta\alpha \sin \Delta\beta \\ 1 & \cos 2\Delta\alpha & \sin 2\Delta\alpha & \dots & \sin 2\Delta\alpha \sin 2\Delta\beta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(m-1)\Delta\alpha & \sin(m-1)\Delta\alpha & \dots & \sin(m-1)\Delta\alpha \sin(m-1)\Delta\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{n-1} \end{pmatrix} \quad (7)$$

2.3 シミュレーション

ここでは、ループ電流分布モデルを用いて 2 次元磁界源探索問題の数値シミュレーションを行う¹⁾。

Fig.1 には正解の電流分布とそれから計算された磁界分布を示す。

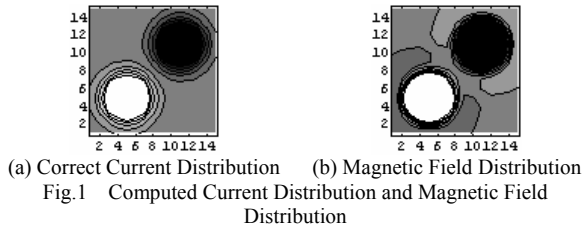


Fig.1 の磁界分布は測定点数を 15×15 として計算した。ここで、最適な磁界の測定点の間隔を決めるため、測定点数を測定面の縦・横を $i \times i$ 点とし、 i を 3 から 21 まで 2 個毎に変化させる。各 i に対する磁界分布を計算し、得られた磁界分布からループ電流分布を求めることを考える。導体と測定面の縦・横の長さをそれぞれ 15cm とし、導体と測定面間の距離は 3mm で一定とする。さらに、最終的に求めるループ電流の個数は、解がフーリエ級数で表現されるから、サンプリングポイントを導体面の縦・横に対して $i \times i = 15 \times 15$ に統一する。また、実際の測定条件を勘案して、磁界分布には磁界の最大振幅の 10% を最大値とする乱数で生成したノイズ磁界を付加した。

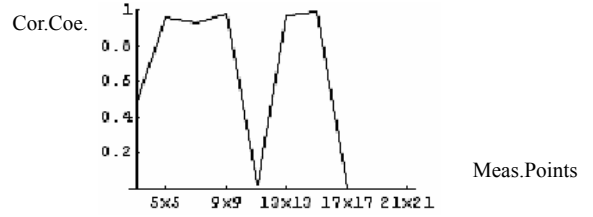


Fig.2 Correlation Coefficient in each of the Measured Points

Fig.2 は測定点数 i 、さらに、得られたループ電流と Fig.1 に示す正解のループ電流間の相関係数を示す。ここで、システム行列の行は測定点数、列は求めるループ電流の個数なので、測定点数 i によってシステム行列を 3 種類に分類すると、測定点数が $i \times i < 15 \times 15$ の場合は横長行列、 $i \times i = 15 \times 15$ の場合は正方行列、 $i \times i > 15 \times 15$ の場合は縦長行列となる。

Fig.2 からシステム行列が縦長行列の場合は、相関係数はほぼゼロであり、全く物理的に意味のある解は得られておらず、良好な結果は期待できない。逆に $i \times i = 5 \times 5$ のように測定点数が少ない場合でも良好な結果が得られているのがわかる。WIM 法では単に測定点数が多ければよい結果が得られるとは言えず、測定点の位置や間隔などに最適値があることがわかる。

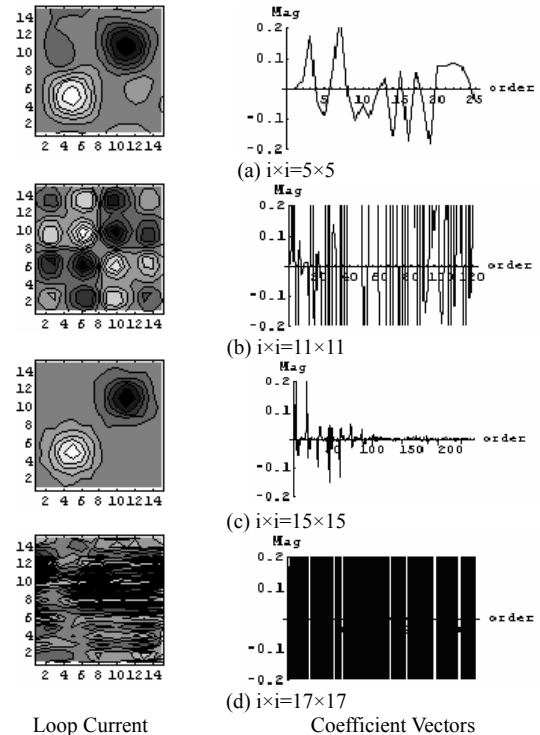


Fig.3 Simulated Results when changing the Number of Measured Points

Fig.3 は測定点数 $i \times i$ を変更した典型的な 4 種類の例を示す。Fig.3 で、左図のループ電流分布と右図のフーリエ級数の収束性を観察すれば、フーリエ級数が収束している場合は良好な結果が得られていることがわかる。

以上のシミュレーション結果から、WIM 法において係数ベクトルの収束性が解に対する判断基準になるという

ことが言える。

2.4 ハイブリッド法

WIM 法は一般化逆行列法の拡張であり、内挿する関数を三角級数とした場合、解がフーリエ級数展開可能であるという拘束条件を意味し、WIM 法から得られる係数ベクトルはフーリエ級数のスペクトラムの大きさを与えることに他ならない。WIM 法では係数ベクトルを求める際に逆行列計算を必要とする。

重み行列を適用して正平方化したシステム行列が不適切である場合、すなわち、特異行列である場合、逆行列計算が出来ない。一方、反復法の代表である共役勾配法や GVSPM 法は逆行列計算を必要としない^{2, 3, 4)}。拠って、重み付き逆行列法で得られたシステム方程式へ反復法を適用する考え方が生まれる。これが本稿で提案するハイブリッド法である。

2.5 ハイブリッド法の定式化

式(5)から係数ベクトル \mathbf{S} は式(8)で与えられる。

$$\mathbf{S} = (\mathbf{CW})^{-1} \mathbf{Y} \quad (8)$$

式(8)の \mathbf{CW} を n 行 n 列の係数行列 N 、 \mathbf{Y} を n 次の入力ベクトルとして式(9)を得る。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{NS} \quad (9)$$

式(9)を反復法で解くことにより、係数ベクトル \mathbf{S}' を得る。よって、解ベクトル \mathbf{X}' は式(10)で与えられる。

$$\mathbf{X}' = \mathbf{WS}' \quad (10)$$

2.6 ハイブリッド法の例

2.3 節の解析モデルへ共役勾配法と GVSPM 法を用いたハイブリッド法を適用して得られた結果を Fig.4 に示す。測定点数が $i \times i = 3 \times 3$ の極端に少ない場合を除いて、概ね良好な解が得られていることが分かる。すなわち、WIM 法単独ではシステム行列が縦長の場合は全く物理的な解が得られなかったのに対しハイブリッド法では両者とも比較的良好的な結果を与える。

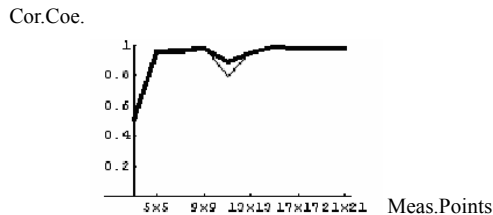


Fig.4 Correlation Coefficients in each of the Measured Points
Thick: GVSPM, Thin: Conjugate Gradient

Fig.5 に測定点数が $i \times i = 11 \times 11$ の場合に対して、共役勾配法と GVSPM 法、それぞれの結果を示す。Fig.5 右図に示すフーリエ級数の収束性から、共役勾配法と GVSPM 法の両者から得られるフーリエ級数は収束しているといえる。Fig.5 左図に示すループ電流分布から、GVSPM 法はノイズの影響をあまり受けておらず、逆に共役勾配法はノイズの影響が大きく現れていることが分かる。

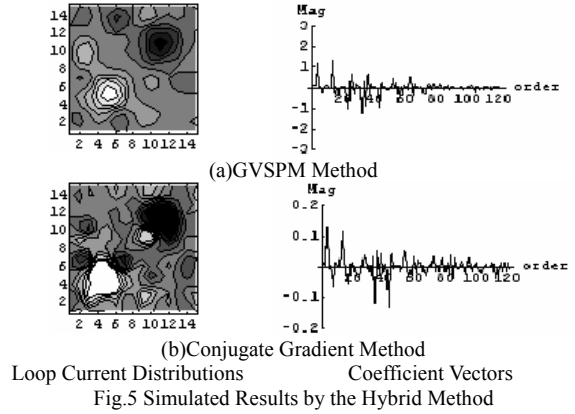


Fig.5 Simulated Results by the Hybrid Method

3. 実験

ここでは、実験値を用いて重み付き逆行列法、共役勾配法と GVSPM 法によるハイブリッド法を適用した例を示す。

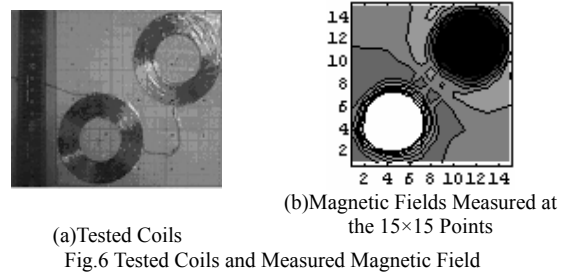


Fig.6 Tested Coils and Measured Magnetic Field

Fig.6 で、供試コイルは 0.6mm のホルマル線を平面コイル 1(上部)へ 28 回、平面コイル 2(下部)へ 30 回、それぞれ巻き、ホルマル線の電流によって生じる磁界をサーチコイルに生じる誘導電圧で求めた。なお、印加電圧の周波数は 100kHz である。導体面と測定領域面の縦・横の長さはそれぞれ等しく 15cm とし、導体面と測定領域面間の距離は 3mm である。

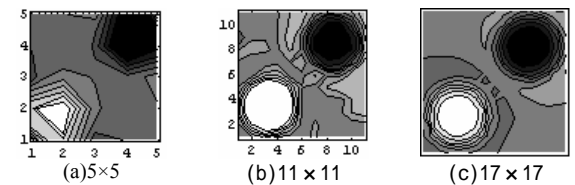


Fig.7 Magnetic Field Distributions at each of the Different Measured Points

磁界の測定点数を 5x5、11x11、17x17 と変更した場合の磁界分布を Fig.7 に示す。

Fig.7 の磁界分布を用いて電流分布を計算する。その結果を Fig.8 に示す。

Fig.8 で、WIM 法はシミュレーションの場合と同様な結果が得られた。GVSPM 法と共役勾配法を用いたハイブリッド法はシミュレーションと同等に良好な結果を与えなかった。しかし、単純な WIM 法よりもハイブリッド法は良好な結果を与えることが確認された。

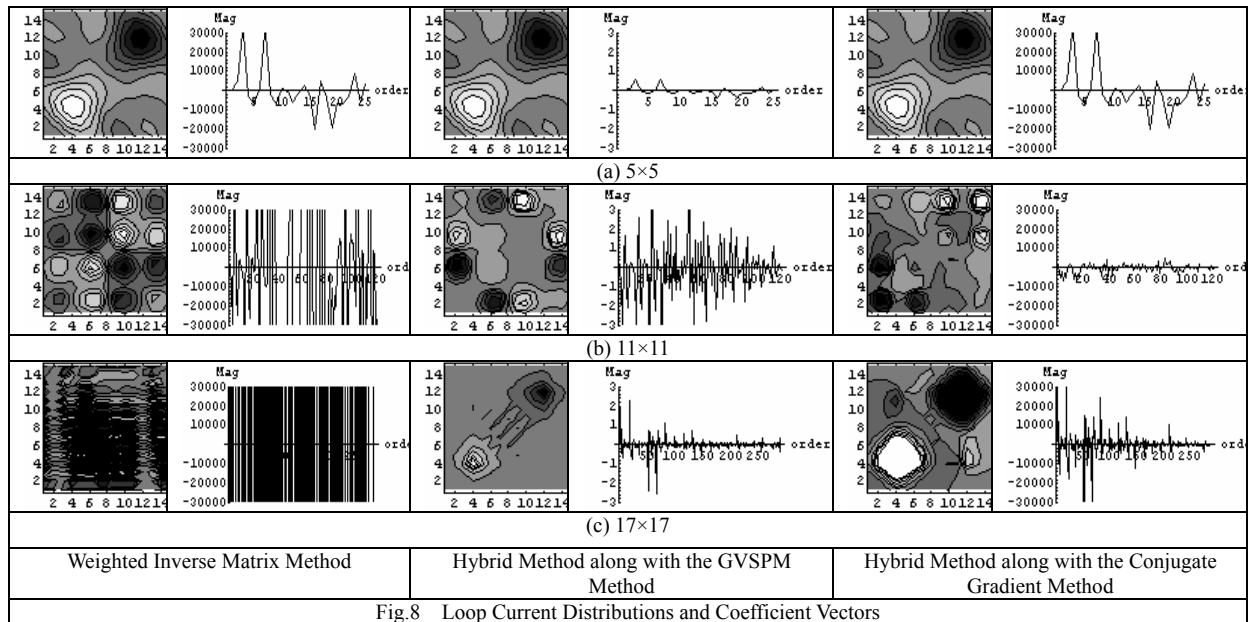


Fig.8 Loop Current Distributions and Coefficient Vectors

4. まとめ

本論文では、逆問題解析の一方法である重み付き逆行列法において、不適切な線形システム方程式へ重み行列を適用して正方化されたシステム方程式が依然として不適切である場合の対策手法として反復法を用いたハイブリッド法を提案し、局所的な磁界測定から電流分布を可視化する方法を提案した。

その結果、以下のことが明らかになった。重み付き逆行列法は、離散化個数(入力ベクトル)の最適値があり、情報量が少ない場合(システム行列が横長)でも、良好な結果が得られる可能性を示した。逆に情報量が多い場合(システム行列が縦長)は逆行列計算により係数ベクトルが収束せず、物理的な解は得られない場合もある。これは、測定点間の距離が近過ぎ、情報が重複するため、正方化されたシステム行列が不適切となるためである。

一方、ハイブリッド法はシステム行列が縦長の場合でもある程度の結果を得ることを可能とした。

参考文献

- [1]白石 加奈子, 早野 誠治, 齋藤 兆古, 堀井 清之, "多層基板における周波数別電流分布推定法", 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.1, 2002年。
- [2]戸川隼人, 数値計算技法, オーム社, 1972年。
- [3]土木学会編, 土木工学における数値解析/基礎編, サイエンス社, 1975年。
- [4]武居 昌宏, 李 輝, 越智 光昭, 齋藤 兆古, 堀井 清之, "サンプルドパターン・マッチング法による固気二層流CT 画像の再構成", 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.9, 2002年。

キーワード.

逆問題、重み付き逆行列法、EMC

Summary.

A Method of Inverse Analysis along with Current Presumption from the Locally Measured Magnetic Field Distributions

Yukihiko Anabuki Seiji Hayano Yoshifuru Saito
Graduate school of Engineering, Hosei University

Previously, we have proposed the weighted inverse method (WIM in short) in order to solve the inverse source problems in electromagnetic as well as radioactive fields. WIM is one of the generalizations of a least norm type solution strategy. Thereby, it is essentially required to compute an inverse matrix. When confronting to an ill-posed system matrix in WIM approach, it is difficult to obtain a good solution vector.

In order to overcome this difficulty, this paper proposes a new approach, which employs the iterative solution methods for ill-posed linear system of equations. In the present paper, we have applied the two iterative solution methods, one is well known conjugate gradient method and the other is the generalized vector sampled pattern matching method. WIM approach along with the iterative solution method is called a hybrid method. Also, it is shown that apply this hybrid method to the simulation and practical models has yielded good solution compared with those of normal WIM approach

Keywords.

Inverse Problem、 Weighted Inverse Matrix、 EMC