

# 離散要素モデルによる脆性材料の破壊解析の検討

加藤 淳 青野 淳也  
法政大学大学院工学研究科建設工学専攻

吉田 長行  
法政大学工学部建築学科

地盤や構造物は、微小変形領域では弾性的な挙動を示す。一方で液状化等を含む大変形領域では不連続体としての挙動が支配的となる。そこで、質点とそれを繋ぐ線要素から構成されるモデルに、ポアソン効果とせん断変形を考慮したばねを導入した離散要素モデルを開発し、微小変形から大変形・崩壊現象までを統一的に解析できる手法を提案する。

## 1. はじめに

一般に数値シミュレーションを行う際には、次のような目的や理由が存在する。専門家による現象分析や検証と一般の人々の現象理解を補助するための「現象再現手段」、実験に当たって、現象が種々の危険性を伴ったり、規模が大きすぎたり小さすぎたり、あるいは材料パラメータや境界条件の自由度の制約等から実験の実施が困難な場合の「代替仮想実験手段」、実時間では再現に長時間を要する場合の「時間短縮化手段」などである。

耐震技術の向上によって近年の地震工学先進国では、もはや地震による構造物崩壊被害の可能性は低く、それを原因とする人的被害の危険性は著しく減少したと言われてきた。ところが、兵庫県南部地震・新潟県中越地震では多くの犠牲者が、構造物の崩壊・土砂崩れによって発生してしまった。

現在では、地盤や構造物が完全崩壊に至るまでのメカニズムは解明されていない。また、地盤や構造物は多くの場合、弾性体に近似することができる。そこで弾性範囲内での微小変形から大変形・崩壊まで統一して解析できるシミュレーション手法を開発する。それにより、地震などの災害の際に、具体的な対策の立案が可能になる。また、「性能設計法」への移行のために、物理的根拠に基づいた災害時の環境を具体的に示すツールとしても役立つことができる。

## 2. 離散要素モデルと数値解析手法

### 2.1. 離散要素モデルの提案

本研究で提案する物理モデルは、連続体としての微分要素をそれを質点とそれを繋ぐ線要素からなる離散的な微小要素に置き換える (Fig.2.1)。またこのモデルに2つのばねを導入することにより微小変形時の弾性的挙動を表現する。

1つはポアソンばねである。これは、ポアソン効果を表す。もう1つは、せん断ばねである。せん断変形を拘束し、曲げ変形を表現するためのものである。ばね定数の算定は線形弾性体と離散要素モデルの歪エネルギーを等価におこなうことによって求める。

$$\frac{1}{2} St \{\varepsilon\}^T [D_e] \{\varepsilon\} = \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} \quad (1)$$

ここで、 $S$  は面積、 $t$  は厚さ、 $[D_e]$  は弾性体の応力 - 歪マトリクス、 $[K]$  は要素剛性マトリクスである。本研究ではこの物理モデルを離散要素モデルと呼ぶこととする。

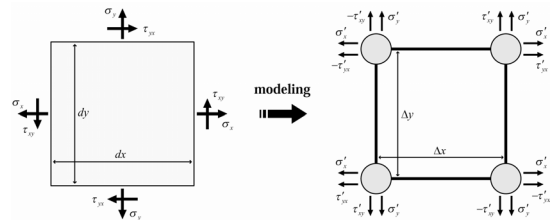


Fig.2.1: Modeling to infinitesimal element from differential element

### 2.2. 数値解析手法

本研究では、静的問題では全体系の釣合方程式、動的問題では個別計算法を用いて解析を行う。

#### 2.2.1. 全体計算法

要素ごとの釣合方程式を重ねあわせ、全体の釣合方程式を導くと次式となる。

$$[K] \{u\} = \{F\} \quad (2)$$

#### 2.2.2 個別計算法

動的なものとして取り扱い、解析対象となるモデル全体を空間領域および時間領域において細分化したとき、ある質点の挙動は隣接する質点のみに伝播する。

隣接する質点による影響を考慮すると、第  $q$  質点に関して運動方程式は、以下のようなになる。式(3)に対し、本研究で用いた差分近似法は中心差分法である。

$$m_q \ddot{u}_q = f_q - \sum_p \sum_{k=1}^n \left( [C_{qk}^{(p)}] \dot{u}_k^{(p)} \right) + [K_{qk}^{(p)}] u_k^{(p)} \quad (3)$$

破壊判定を正確に判定するために  $\gamma \min$  法を用いた。また、 $\gamma \min$  法を用いる場合刻み幅が変更するので、中心差分法の刻み幅を変更し解析を行う。

### 2.3. 破壊基準

本研究では、Mohr-Coulomb's 型の破壊基準式(4)と、引張破壊に対する破壊の基準式(5)を以下のように与える。

$$R \sin \alpha > C + (P - R \cos \alpha) \tan \phi \quad (4)$$

$$f_t > \sigma_n \quad (5)$$

ここに  $P = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

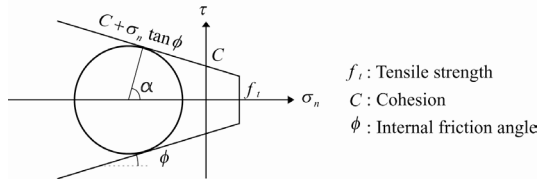


Fig.2.2: Mohr-Coulomb's failure criterion

### 2.3. 粒子間作用力

接触判定法として、幾何学的に処理する方法もあるが、本研究では接触時のみ粒子間に作用するばね(Fig.2.4)を想定する。2粒子*i, j*の接触面に作用する力を、法線方向に作用する圧縮力 $f_n$ と接線方向に作用するせん断力 $f_s$ に分けて考える。

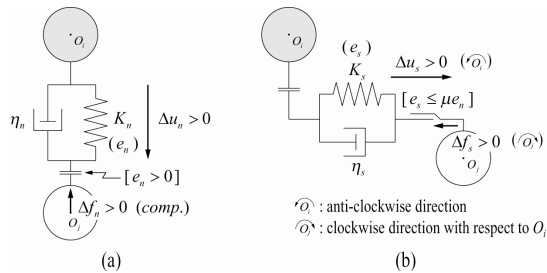


Fig.2.3 : Elastic spring( $K$ ) and viscous dashpot( $\eta$ ) assumed for contact

法線方向作用力(6)、接線方向作用力(7)は以下のように仮定する。ここで $K$ は弾性スプリング(剛性定数)、 $\eta$ は粘性ダッシュポット(粘性定数)とする。

$$\Delta e_n = K_n \Delta u_n \quad (6)$$

$$\Delta d_n = \eta_n \Delta u_n / \Delta t$$

$$\Delta e_s = K_s \Delta u_s \quad (7)$$

$$\Delta d_s = \eta_s \Delta u_s / \Delta t$$

## 3. 解析結果

### 3.1. 線形解析による離散要素モデルの性能評価とその応力状態

まず、先端に集中荷重が作用するアスペクト比1:12の片持梁の解析を行い、離散要素モデルの性能評価を行う。Fig.3.1の変位とは梁先端のたわみのことであり、グラフは厳密解を基準とし無次元化してある。ここでは有限要素法(三角形定歪要素および4節点アイソパラメトリック要素)による解析結果を表している。またここでproposed modelとは本離散要素モデルを示す。ここでの解析手法は全体計算法を用い解析をする。

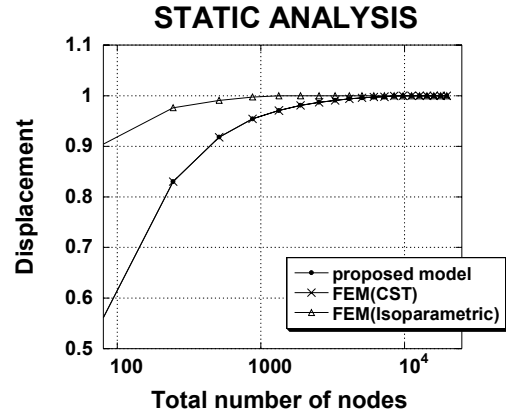


Fig.3.1: Displacement of cantilever

以上の結果より、有限要素法と同等な結果を得ることができたので、弾性範囲内において離散要素モデルは有効であると言える。これは、隅角部に想定したポアソンばねにより、線要素に伸縮が発生し、曲げ変形が適切に表現されていたことを示すものである。

解析パラメータをTable3.1に示す。Fig.3.1, Fig.3.2のような曲げ試験、一軸圧縮試験の解析を行った結果の、応力分布を示す。

Unit weight	24 kN/m <sup>3</sup>
Poisson's ratio	0.1666
Compressive strength	2500 N/cm <sup>2</sup>
Inter friction angle	11.3 deg

Table.3.1: Analysis parameter of concrete

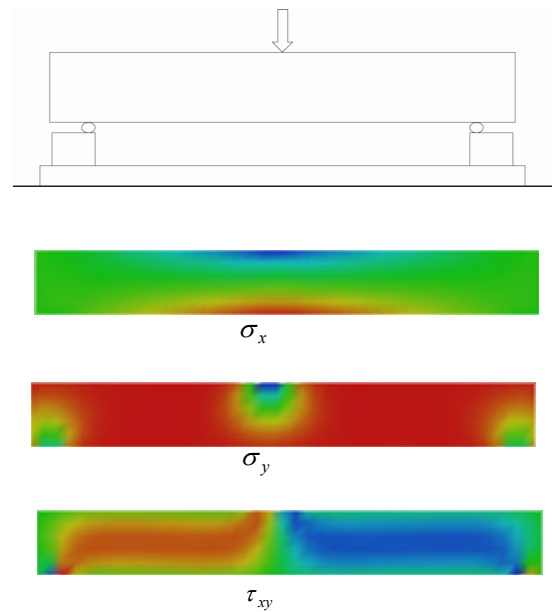


Fig.3.1: Concrete model for flexural test

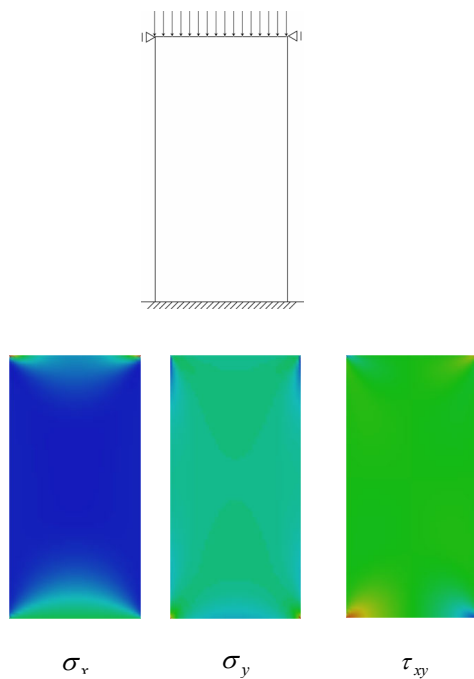


Fig.3.2:Concrete model for compression

### 3.2. 非線形解析

離散要素モデルとその非線形解析手法を適用した数値解析例を挙げ、その結果について考察する。本研究ではコンクリートの曲げ破壊試験の解析を行った。亀裂の進行について検討することにより、脆性材料の非線形解析における離散要素モデルの性能を評価する。

動的非線形解析による結果を Fig.3.1.に示す。中央底面から入った亀裂が上部に進行している様子が良く分かる。

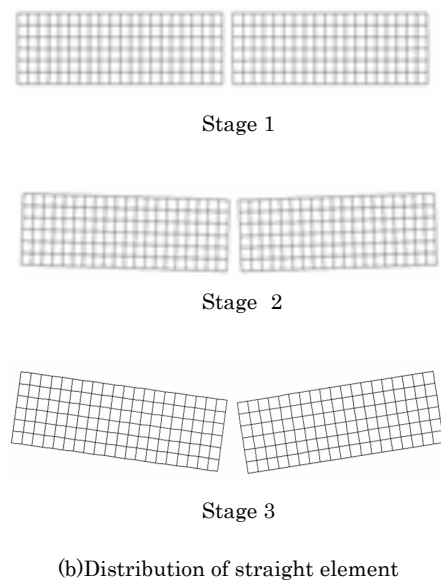
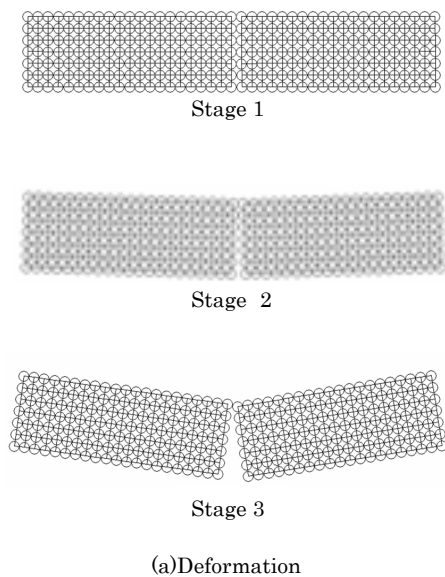


Fig.3.1:Flexural failure of concrete

### 4. おわりに

本研究では、破壊のメカニズムを解明するため、微小変形から大変形・崩壊に至るまでの挙動を統一的に追跡できる数値解析手法の開発を目標として、離散要素モデルとその非線形解析手法を提案し、定式化を行ってきた。その結果、線形弾性範囲内では曲げ変形などを高い精度で表現することに成功した。また、非線形領域では破壊基準を適用したコンクリートの曲げ破壊のシミュレーションを行い、亀裂の進行を追跡できることを示した。

破壊基準のモデル化に関しては、すべり現象をどのように表現するかが大きな課題となっている。そして、それらを統合した非線形解析全体においては、破壊進展過程の追跡を、破壊パターンなどの検討によるアナログ的なものから、具体的な応答数値データ（変形や耐力など）の検討によるデジタル的なものへと発展させていかなければならない。そのためには、供試体レベルでの実験結果との比較が必要である。また減衰に対する詳細な検討が必要である。

離散要素モデルにおける減衰定数とそのモデルによって構成される解析対象全体の減衰性能については、今後の課題である。

### 5. 参考文献

- [1] Kawai, T., New Discrete Model for Analysis of Solid Mechanics Problem, Journal of the Seisan Kenkyu, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 29, No.4, pp.208-210, 1977.
- [2] Kawai, T., New element models in discrete structural analysis, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No.141, pp.187-193, 1977.
- [3] Cundall, P. A., A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock system, Symp. ISRM, Nancy, France, 2, pp.129-136, 1971.
- [4] 伯野元彦, 破壊のシミュレーション, 森北出版, 1997
- [5] 粉体工学改編, 粉体シミュレーション入門, p29-44, 産業図書, 1998
- [6] 山田嘉昭訳, 塑性の有限要素法, 科学技術出版社, 1988.

キーワード: 離散要素, 動的解析, 非線形解析

-----  
*Summary*

## **Study on Analysis of Brittle Material by Discrete Element Model**

Jun Kato                      Junya Aono  
Graduate School of Engineering, Hosei University

Nagayuki Yoshida  
Faculty of Engineering, HOSEI University

The soil and structure shows an elastic property in the small displacement. On the other hand, the phenomena of the discrete particle system including liquefaction dominates the almost domain of the larger displacement. Therefore we take a new approach on the whole domain of deformation from an elastic continuity to discrete particles. It consists of corner springs for representing an effect of the Poisson's ratio and shear deformation and straight elements, which are connected to concentrated masses.

**Key Words:** *Discrete element, Dynamic analysis, Nonlinear analysis*