

「オブジェクト指向方法を用いた教育現場に役に立つ2次元骨組解析応用ソフト」

前田 重行  
法政大学工学部土木工学科

深堀 安二  
株式会社 ベータ技術

武田 洋  
法政大学工学部システム制御工学科

近年、数値解析プログラミングにオブジェクト指向方法を用いる傾向があり、有限要素解析ソフト等に盛んにもちいられている。しかし、その様なソフトは商業ベースの物であり、かつ、大変高価である。そこで、この論文はオブジェクト指向方法を用いた教育現場に役に立つ2次元骨組解析応用ソフトを開発することにした。また、骨組解析の基本概念と2次元骨組解析の解析例を示す。

1. はじめに

近年、数値解析プログラミングにオブジェクト指向方法を用いる傾向があり、有限要素解析ソフト等に盛んにもちいられている。しかし、これらソフトは商業ソフトであり、かつ、大変高価であり、またデータ入力方法が複雑である。そこで、解析ソフトに慣れる意味で、オブジェクト指向方法を用いた教育現場に役に立つ2次元骨組解析応用ソフトを開発することにした。

2. 骨組解析の基本概念

トラスの剛性マトリックスの誘導  
ここでは、トラス部材について説明を行う。最初に長さL、断面積A、ヤング率Eのトラス部材の両端に力  $F_{xe1}$ 、 $F_{xe2}$  が作用している場合の釣合いを考える。節点1から節点2に向かう方向を要素座標系の  $X_e$ 、それと垂直な方向を要素座標系の  $Y_e$  と定義する。力  $F_{xe2}$  のサフィックス「ex」は要素座標系の「x」方向、「2」は節点番号2を意味する。一般的なトラスの要素座標系における釣合方程式(1)が得られる。



$$F_{xe1} = \frac{EA}{L}(U_{ex1} - U_{ex2})$$

$$F_{xe2} = \frac{EA}{L}(U_{ex2} - U_{ex1})$$

(1)

式(1)を書き換えてマトリックス表示する。

$$\begin{Bmatrix} F_{xe1} \\ F_{xe2} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{ex1} \\ U_{ex2} \end{Bmatrix}$$

(2)

ここで節点1、2に要素座標系のY軸方向の力  $F_{ey1}$ 、 $F_{ey2}$

と変位  $U_{ey1}$ 、 $U_{ey2}$  を導入して(2)を拡張し、一般的なトラス部材の釣合方程式(剛性方程式)を作る。式(3)が一般的なトラスの基本式である。

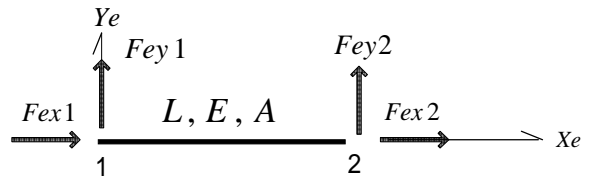


図1. トラス要素

$$\begin{Bmatrix} F_{ex1} \\ F_{ey1} \\ F_{ex2} \\ F_{ey2} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{ex1} \\ U_{ey1} \\ U_{ex2} \\ U_{ey2} \end{Bmatrix}$$

(3)

トラスの要素座標系  $X_e, Y_e$  が図のように基準座標系  $X, Y$  に対してだけ回転しているとき2つの座標系の関係は次式で表わされます。

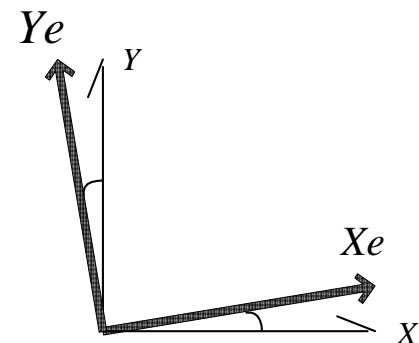


図2. 2つの座標系の関係

$$X = X_e \cos\theta - Y_e \sin\theta$$

$$Y = X_e \sin\theta + Y_e \cos\theta$$

上記の座標変換の関係式を節点に作用する力の関係式に適用します。つまり、節点1と節点2に作用する基準座

標系に関する力の成分をそれぞれ  $Fx_1, Fy_1, Fx_2, Fy_2$ 、と書けば、力の座標変換の関係式は次式で与えられます。

$$Fx_1 = Fex_1 \cos\theta - Fey_1 \sin\theta$$

$$Fy_1 = Fex_1 \sin\theta + Fey_1 \cos\theta$$

$$Fx_2 = Fex_2 \cos\theta - Fey_2 \sin\theta$$

$$Fy_2 = Fex_2 \sin\theta + Fey_2 \cos\theta$$

$s = \sin, c = \cos$  と書きかえて上の4つの式をマトリックス表示すると「力の座標変換」の関係式が得られます。

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fex_1 \\ Fey_1 \\ Fex_2 \\ Fey_2 \end{Bmatrix} = [T]^T \begin{Bmatrix} Fex_1 \\ Fey_1 \\ Fex_2 \\ Fey_2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

同様に、「節点変位の座標変換」の関係式として次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Uex_1 \\ Uey_1 \\ Uex_2 \\ Uey_2 \end{Bmatrix} = [T]^T \begin{Bmatrix} Uex_1 \\ Uey_1 \\ Uex_2 \\ Uey_2 \end{Bmatrix}$$

(5)

座標変換マトリックス  $[T]^T$  の逆行列が  $[T]$  であることを利用してを式(5)の左右に  $[[T]^T]^{-1}$  かけて変形する。

$$\begin{Bmatrix} Uex_1 \\ Uey_1 \\ Uex_2 \\ Uey_2 \end{Bmatrix} = [[T]^T]^{-1} \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix}$$

$$= [T] \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

上式は基準座標系の変位から要素座標系の変位を計算する式である。ここで式(4)の「力の座標変換式」にもどって式(4)に式(3)を代入する。

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fex_1 \\ Fey_1 \\ Fex_2 \\ Fey_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Uex_1 \\ Uey_1 \\ Uex_2 \\ Uey_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c & 0 & -c & 0 \\ s & 0 & -s & 0 \\ -c & 0 & c & 0 \\ -s & 0 & s & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Uex_1 \\ Uey_1 \\ Uex_2 \\ Uey_2 \end{Bmatrix}$$

上式に式(6)を代入すると基準座標系に関する剛性方程式(7)が得られる。

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c & 0 & -c & 0 \\ s & 0 & -s & 0 \\ -c & 0 & c & 0 \\ -s & 0 & s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix} = [Ke] \begin{Bmatrix} Ux_1 \\ Uy_1 \\ Ux_2 \\ Uy_2 \end{Bmatrix}$$

(7)

基本式(7)の「 $K$ 」は基準座標系に関する要素剛性マトリックスである。

### 3. 2次元骨組解析の解析例

このソフトは、最大節点数100までの骨組み構造を対象としました。荷重としては節点荷重、分布荷重、温度荷重です。また、モデルデータの入力には、二通りの方法を考えました。ひとつはCADシステムなどにより作成されたDXFファイルからフレーム構造(幾何形状)を入力する方法であり、他のひとつはテキスト形式で編集されたデータファイルから入力する方法です。現在はテキスト形式で編集されたデータファイルから入力する方法のみです。

次に、このソフトが解析対象とする骨組構造について、例題を用いて説明する。解析例は、以下に示す門型ラーメンとする。

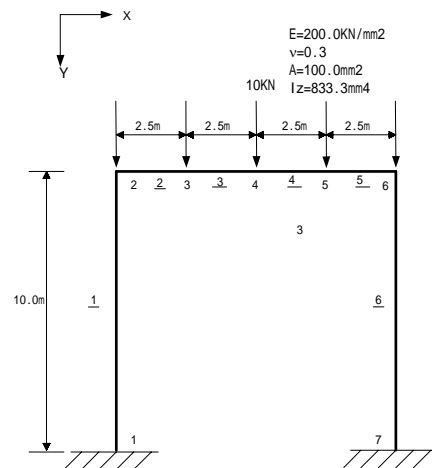


図3. 解析モデル

ここで、この解析モデルにおける入力データの構成を以下に示す。

```

#TITLE
EX5 :門型ラーメン
#NODE
  1      0      1000
  2      0        0
  3     250      0
  4     500      0
  5     750      0
  6    1000      0
  7    1000     1000
#ELEM
  1  1  2  1  1  1
  2  2  3  1  1  1
  3  3  4  1  1  1
  4  4  5  1  1  1
  5  5  6  1  1  1
  6  6  7  1  1  1
#MATE
  1      200      0.3      1
#PROP
  1      100      833.33
#CLOAD
  2  2      10
  3  2      10
  4  2      10
  5  2      10
  6  2      10
#DLOAD
#TLOAD
#BOUN
  1  1
  1  2
  1  3
  7  1
  7  2
  7  3

```

テキスト形式入力データは#NODE で節点の座標値、#ELEM で部材の構成、#MATE で材料物性（ヤング率、ポアソン比、線膨張率） #PROP で部材特性（断面積、断面二次モーメント）、#CLOAD で節点荷重、#DLOAD で分布荷重、#TLOAD で温度荷重、#BOUN で境界条件をそれぞれ定義することになります。以上で解析に必要なデータは完成です。次に計算処理を行い計算後に、計算結果として変形図、曲げモーメント図、せん断力図を図化します。

操作手順のフローを以下に示します。

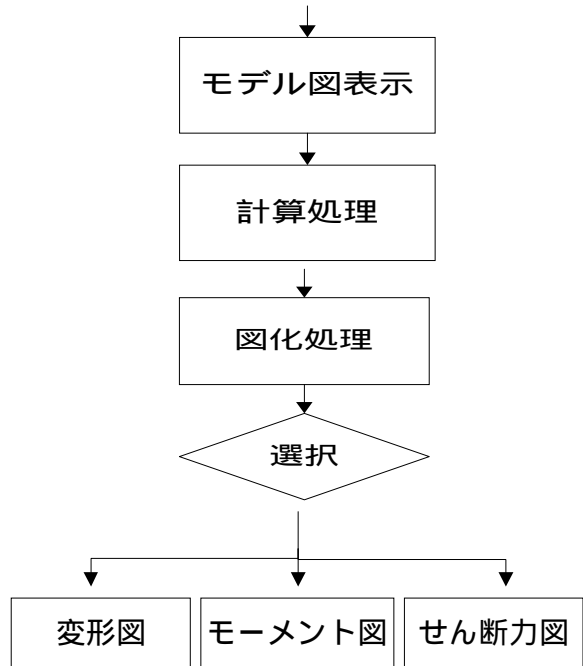
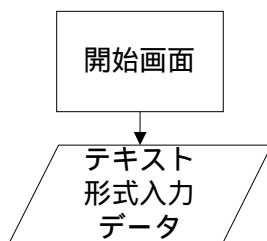


図4 操作手順のフロー図

下図はモデル図、変形図、曲げモーメント図、せん断力図を図化したこのソフトの画面である。

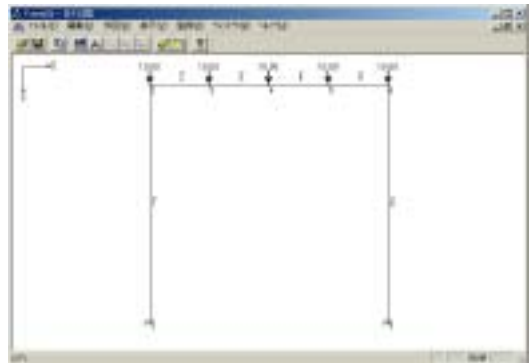


図5 モデル図

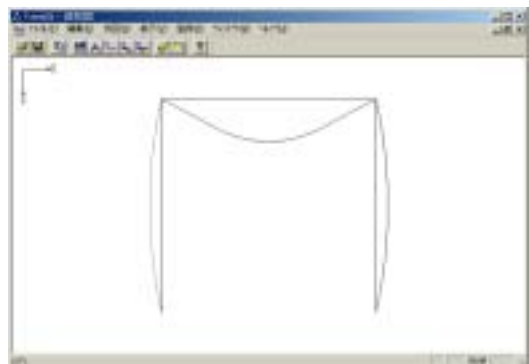


図6 変形図

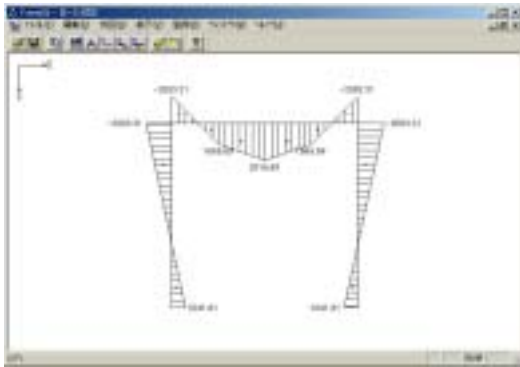


図7 曲げモーメント図

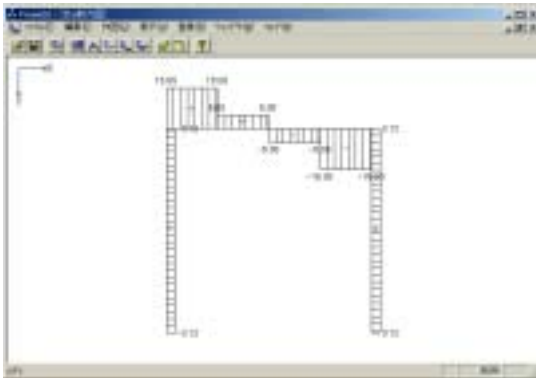


図8 せん断力図

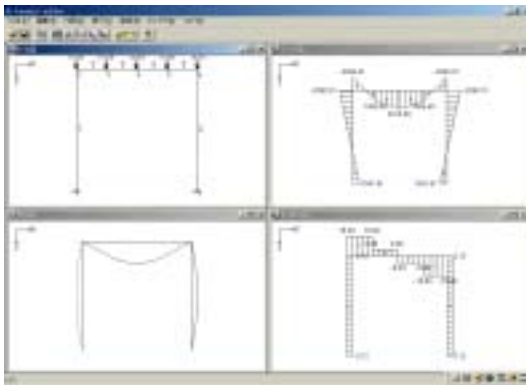


図9 モデル、変形、曲げモーメント、せん断力図

#### 4. あとがき

基本的2次元骨組解析ソフトの機能は完成したと考えられるので、今後、構造データの入力方法について、CADのデータも取り扱えるようにしたい。

#### 参考文献

- [1]前田重行、田中成紀、徳永雄二、武田 洋、"非線形有限要素解析におけるオブジェクト指向解法"、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集 第 18 巻、1994 年.
- [2] S.Maeda, Y.Tokunaga and H.Takeda、"Nonlinear Finite Element Analysis Using Object-Oriented Approach .", Computational Mechanics'95. ICES95,Vol.1,33-38 1995 年.
- [3]前田重行、徳永雄二、武田 洋、"非線形有限要素解析に対するオブジェクト指向プログラミングの応用"、法政大学計算科学研究センター研究報告第9巻、1996年
- [4]大地羊三、"マトリックス構造解析"、コロナ社、1977年.

キーワード.

変形法、有限要素法、オブジェクト指向法、骨組解析

Summary.

## **Two Dimensional Frame Analysis Using Object-Oriented Approach**

Shigeyuki Maeda

Department of Civil Engineering, Hosei University

Yasuji Fukahori

Beta Engineering Co., Ltd.

Hiroshi Takeda

Department of Civil Engineering, Hosei University

The difficulties involved in developing and maintaining complicated software systems have prompted engineers to develop newer and sophisticated programming tools. Object-oriented programming(OOP)is one such development and languages supporting it have become popular in recent years. In the field of educational appreciation soft (structure analysis) also, there have been attempts to make use of the facilities offered by object-oriented languages.

Keywords.

Finite Element Analysis, Object-Oriented Approach, Educational Appecation Soft , Solid and structural mechanics,