

大型送風機用羽根車の亀裂原因解明と構造最適化

大竹 雅浩

法政大学大学院工学研究科機械工学専攻

桑田 克也

法政大学工学部機械工学科

岩原 光男 長松 昭男

法政大学工学部機械工学科

本研究では実際の稼動中に主板と Blade との結合部に亀裂が入った大型送風機用インペラーの亀裂原因を解明するために有限要素法による振動解析と遠心力による応力解析を行った。解析結果よりインペラーの亀裂の原因は、遠心力により側板が波打つ現象が起こり、主板と Blade との結合部に集中応力が発生するためだということがわかった。そこで応力低減を狙って擬似最小二乗法による構造最適化を行った。設計変数を要素の板厚、挙動制約条件を最大応力とし繰返し計算を行ったところ、4回の計算で目標値まで応力を低減することができた。

1. 緒言

電子計算機の発達とともに、構造解析の分野は著しい進歩を遂げ、特に有限要素法は構造物の特性予測に広く使われている。しかし、要求された動特性を満足する形状の設計やトラブル解決のための修正方法の決定などの対策提示は有限要素法などの数値解析の最も苦手とするところであり、これまでは主に技術者の勘や経験を基に何度も繰返し計算を行うことにより対応してきた。しかも、その繰返し計算により得られる対策も、それを行う技術者の経験やノウハウの有無により大きく左右され、最適な対策案を出すためには膨大な人手と電子計算機使用時間が必要であった。また、有限要素法のための自動モデル化プログラムの発達により大規模モデルが安価にできるようになり、その大規模モデルから少ない繰返し計算で最適な対策案を決定する手法が必要になってきている。

この問題を解決するため、擬似最小二乗法による方法が提案され、複数の設計変数とその空間において同じく複数の制約条件に入るように最短距離で効率良く移動することが可能となった。

本研究では、実際の稼動中に側板とブレードとの結合部に亀裂が入った大型送風機用羽根車の原因解明と問題改善のための構造提案を目的とする。すなわち、まず有限要素法による振動、応力解析と実験との比較により羽根車に亀裂が入った原因を解明し、次に擬似最小二乗法に羽根車の構造最適化を行い、問題の改善を目指す。

今回の構造最適化手法は直接最小重量を狙ったものではなく、設計変数空間において変更量ベクトルの長さを最小とする最適設計手法である。また、挙動制約条件は最大応力であり、設計変数は板厚である。

2. 有限要素法による解析と実験との比較

2.1 計算手法

計算の流れは二次元の CAD データから三次元 CAD ソフトを用いて三次元モデルを作成する。そのモデルを前処理ソフトに読み込み有限要素モデルを作成する。そして、有限要素モデルを法政大学計算科学研究センターに転送し汎用有限要素法プログラムにて計算を行った。使用プログラム名とシステムを Fig.1 に示す。

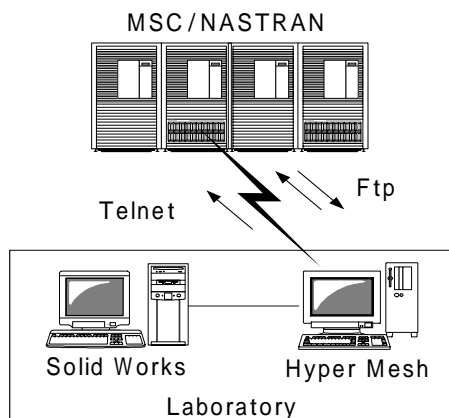


Fig.1 The use program name and the system

2.2 有限要素法モデルの説明

解析に用いた羽根車の有限要素法モデルを Fig.2 に示す。羽根車は側板、ブレード、主板、ボスという四つの部品から構成されており、各部品は溶接により結合されている。亀裂は主板とブレードとの結合部に発生した。

今回解析に使用した有限要素法モデルは形状を正確に再現できるように要素形状を四面体要素とし、計算精度を上げるため中間接点を付けた。要素数は 79 486 で、節点数は 157 931 である。

Fig. 3 の周辺拡大図に各部の名称と亀裂発生部位を示す。



Fig.2 FEM Model

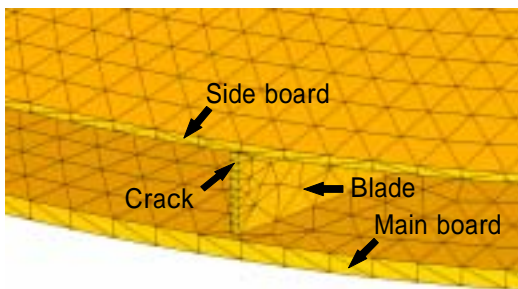


Fig.3 Circumference enlargement

2.3 振動による応力解析結果

有限要素法により固有値解析を行った結果、一次固有振動数は 38.8 HZ となった。Fig. 4, Fig. 5 に示した一次固有振動数での共振時の応力分布より、周辺の亀裂部 (Fig. 3) とは異なる中心付近に最大応力が発生することがわかった。二次固有振動数も同様である。三次固有振動数 96.7HZ は本研究で用いた羽根車の稼働回転数とは大きく異なるため共振しないと考えられる。以上の結果より、羽根車の亀裂の原因は振動によるものではないと予想される。

Natural Frequency : 38.8HZ

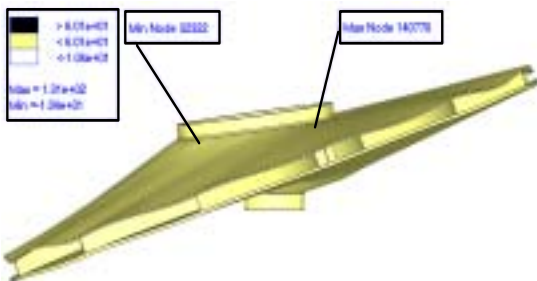


Fig.4 FEM Mode Shape No.1

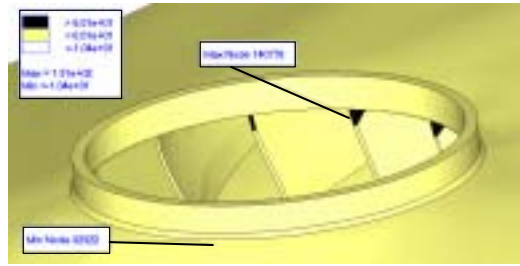


Fig.5 FEM Mode Shape No.1

2.4 遠心力による応力解析結果

2.4.1 従来の応力計算方法

主板および側板の剛性を考慮した羽根車羽根部の応力計算法について述べる。羽根を各々半径位置において複数のブロックごとに単位幅当りの遠心力 f_j を求め、合計して単位幅当りの遠心力 f を計算する。

$$f = \sum_{j=1}^n f_j \quad \dots\dots\dots (1)$$

次に主板と側板の剛性を考慮するために、Fig. 6 に示すようなラーメン構造のモデルを考える。羽根部に相当する水平部材に、遠心力による等分布荷重による f が作用すると、主板と側板部との接合部に生じるモーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_H &= \frac{1}{4} \frac{f L^3 \left\{ \left(2L + \frac{LsI}{I_s} \right) - L \right\}}{\left(2L + \frac{LsI}{I_s} \right) \left(2L + \frac{L_H I}{I_H} \right) - L^2} \\ M_S &= \frac{1}{4} \frac{f L^3 \left\{ \left(2L + \frac{L_H I}{I_H} \right) - L \right\}}{\left(2L + \frac{LsI}{I_s} \right) \left(2L + \frac{L_H I}{I_H} \right) - L^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに I , I_H および I_s : それぞれ羽根, 主板および側板の断面二次モーメント, L , L_H および L_s : それぞれ羽の長さ, 主板および側板の相当長さとする。

側板から x はなれた点の羽根に生じるモーメントは,

$$M_x = \frac{fx}{2}(L-x) - \left\{ \left(1 - \frac{x}{L} \right) M_S + \frac{x}{L} M_H \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$M_S = M_H = M$ とすると

$$M_x = \frac{fx}{2}(L-x) - M = \frac{f}{2}(-x^2 + Lx) - M \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式より，最大応力が発生する場所は $x = L/2$ ，すなわち羽根の中央となる．また，羽根部軸方向応力は

$$\sigma = \frac{M_x}{Z} \dots\dots\dots (5)$$

(Z；羽根の断面係数)

となる．

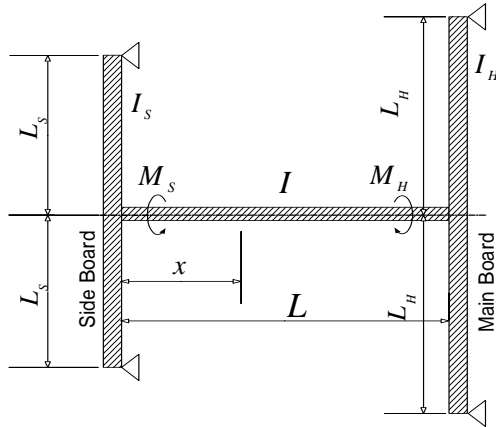


Fig.6 Rahmen Structure

2.4.2 有限要素法による応力計算

Fig. 2 に示すモデルの中心を拘束し，遠心力を与えて計算した結果，側板が波うつ現象(ウェーブ現象と命名)が見られた．この現象は，実際の現象としてはまだ確認されておらず，今回の計算によって初めて明らかになったものである．

従来の計算によると最大応力値は羽根の中央の位置に発生するはずであるが，有限要素法による計算では羽根車の主板とブレードとの結合部に最大応力が発生することがわかった．従来の計算方法は主板と側板を単純支持した状態で計算しており，側板が波うつ現象(ウェーブ現象)を考慮していないためと考えられる．そして，有限要素法によって得られた最大応力の発生場所は実際の亀裂部(Fig. 3)とは異なるということがわかった．また，今回の計算によって得られた応力値は歪ゲージを用いた実験値とほぼ一致した．(表 1)

以上の結果から，遠心力が原因で側板が波うつ現象(ウェーブ現象)が起こり，この現象により主板とブレードとの結合部に最大応力が発生したと考えられる．また，この現象が羽根車の亀裂の主原因になっていると考えられる．

Fig. 7，Fig. 8 に遠心力を与える場合の変形と応力を，表 1 に計算と実験との比較結果を書く．ただし，Fig. 7，Fig. 8 においては要素に中間接点を付けた時の応力等高線表示の場合に後処理ソフトに欠陥があるため，各節点での応力表示となっている．



Fig.7 Deformation by centrifugal force

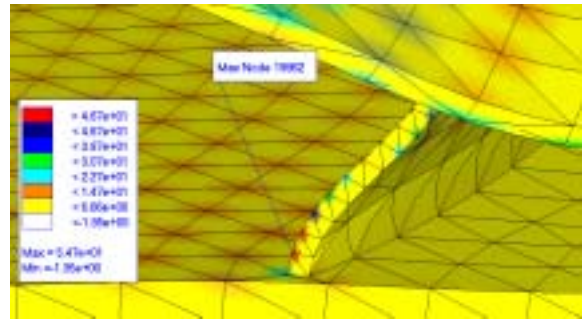


Fig.8 Stress(kg/mm²) by centrifugal force

Table.1 Comparison of an experiment and calculation

Main board thickness (mm)	9.0
Blade thickness (mm)	3.2
Side board thickness (mm)	4.5
Calculation Weight (Kg)	270.7
Maximum Stress (Kgf/mm ²)	54.7 (52.5:Experiment)
The position of the maximum stress	The joint part of Blade and main board
Maximum displacement of main board (mm)	2.17
Maximum displacement of blade (mm)	2.22
Maximum displacement of side board (mm)	3.98
1st Natural Frequency (Hz)	38.8

3. 擬似最小二乗法による構造最適化

2・4・2 節により羽根車の亀裂部とは別の場所に最大応力が発生し，その原因は遠心力による羽根車の波うつ現象(ウェーブ現象)によることがわかった．そこで，擬似最小二乗法による最適化方法を単純な片持ち梁に適用させ有効性を示した後，羽根車の亀裂が発生した側板とブレードとの結合部の応力ではなく，主板とブレードとの結合部に発生した最大応力に着目し応力の低減を狙った構造最適化を試みる．

3.1 構造変更方法

設計変数を板厚 t とし，板厚に対する応力の感度 $\partial\sigma/\partial t$ を求め，擬似最二乗法を用いて構造最適化を行った．設計変数変更後の応力値は次のように線形予想される．

$$\begin{aligned}
 [z]\{\Delta\sigma\} &= \{\Delta\sigma\} & \dots\dots\dots (6) \\
 [z]: \text{感度マトリックス} & z_{ij} = \partial\sigma_i / \partial t_j \\
 \{\Delta t\} &: \text{設計変数の変更ベクトル} \\
 \{\Delta\sigma\} &: \text{応力値の変更ベクトル}
 \end{aligned}$$

感度マトリックス $[z]$ は列数が設計変数の数で行数が対象としている応力である。

ところで、有限要素法の場合、一般に要素の数は大きくなり数千の規模となることもよくある。それに対し、問題とする亀裂部にかかる応力は一個である。したがって、設計変数として各要素の板厚を、また挙動制約条件として亀裂部にかかる応力を選べば $[z]$ の行数は問題にしている応力で、列数は要素数となり、 $[z]$ は行ベクトルとなる。

感度マトリックス $[z]$ と応力変更量 $\{\Delta\sigma\}$ が与えられるとき、式(6)から設計変数の変更ベクトル $\{\Delta t\}$ を求める。式(6)は式の数より変数が多い方程式となり、無数の解 $\{\Delta t\}$ が存在するが、 $\{\Delta t\}$ のノルム最小という条件を付加すると $\{\Delta t\}$ は一意に決まり、

$$\{\Delta t^*\} = [z]^T ([z][z]^T)^{-1} \{\Delta\sigma\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。

式(7)は擬似最小二乗法として知られているが、式(6)の条件下で $\{\Delta t\}^T \{\Delta t\}$ を最小にする $\{\Delta t\}$ を直接求めることによっても導くことができる。

すなわち、 $\{t\}$ をラグランジュ未定乗数ベクトルとしてラグランジュ関数 H を

$$H(\{\Delta t\}, \{t\}) = \frac{1}{2} \{\Delta t\}^T \{\Delta t\} - ([z]\{\Delta t\} - \{\Delta\sigma\})^T \{t\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

とすれば式(6)の条件下でラグランジュ関数 H を最小にする $\{\Delta t\}$ を求めればよい

$$\frac{\partial H}{\partial \{\Delta t\}} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

より

$$\{\Delta t\} = [z]^T \{t\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)を式(6)に代入して

$$[z][z]^T \{t\} = \{\Delta\sigma\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$[z][z]^T$ の逆行列が存在すれば

$$\{t\} = ([z][z]^T)^{-1} \{\Delta\sigma\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を式(10)に代入して式(7)を得る。式(7)の計算実行において、要素の数がいかに大きくても、問

題としている応力は一個であるので、 $[z][z]^T$ はスカラー量となり、式(12)の計算は要素数によらず短い計算時間で可能である。

3.2 片持ち梁の構造最適化

Fig. 9 に示す梁の先端に荷重 $w = 0.1Kgf$ がかかる片持ち梁を考え、点10にかかる応力 σ が $2.8Kgf/mm^2$ から $1.5Kgf/mm^2$ になるように擬似最小二乗法を用いて構造最適化を行った。

点10における応力の理論値は次の式から求められ、

$$\begin{aligned}
 \sigma &= DW / Z & \dots\dots\dots (13) \\
 \sigma &: \text{応力} \quad Z: \text{断面係数} \quad W: \text{荷重} \\
 D &: \text{荷重点からの距離}
 \end{aligned}$$

$\sigma = 2.64Kgf/mm^2$ である。

また、有限要素法による点10の応力は

$\sigma = 2.83kgf/mm^2$ となり、理論値に近い値となった。

構造最適化に用いた片持ち梁の有限要素法モデルを Fig. 10 に示す。使用した有限要素法モデルはすべて板要素であり、その板要素全部の板厚を設計変数とし、設計変数の数(要素数)は500で、節点数は561である。

Fig. 10の有限要素法モデルを用いて繰返し計算を行った結果を Fig. 11 に示す。3回の計算で点10の応力は $\sigma = 1.5Kgf/mm^2$ となり、重量変化はほとんどなかった。しかし Fig. 12, Fig. 13 に示すように構造変更前と後では最大応力の発生場所が移動し、最大応力値も増加していることがわかった。構造最適化後の有限要素法モデルを Fig. 14 に示す。基準点10を含む要素の板厚は増加しているが、基準点と固定端間の要素板厚は薄くなり、点10に加わる力を他に分散させる構造になっている。

次に Fig. 10の有限要素法モデルを用いて、荷重点の変位が $4.5mm$ から $2mm$ になるように構造最適化を行った。その結果、4回の計算で荷重点の変位は $1.91mm$ となった。荷重点の変位を下げることによって点10の応力を低減することができた。(Fig. 15) 最大応力の移動は見られなかった。構造最適化後の有限要素法モデルを Fig. 16 に示す。固定端の中央付近が最も板厚が厚く、自由端に近いほど薄くなっている。

以上の結果から単純な片持ち梁の場合、挙動制約条件を応力とし構造最適化を行うと、最大応力が移動することがわかった。よって片持ち梁の構造最適化を行う場合、挙動制約条件を直接応力にするのではなく、変位にしたほうが有効であることがわかった。

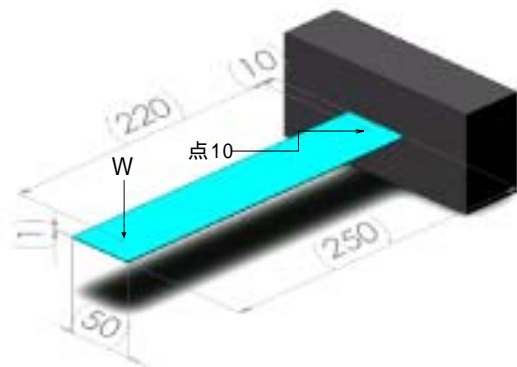


Fig.9 3D CAD Model

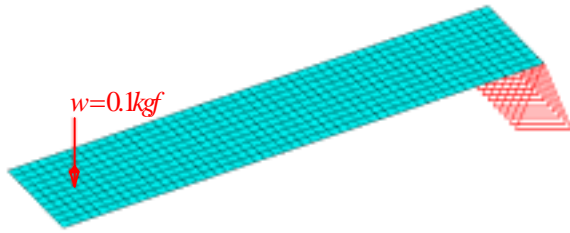


Fig.10 FEM Model

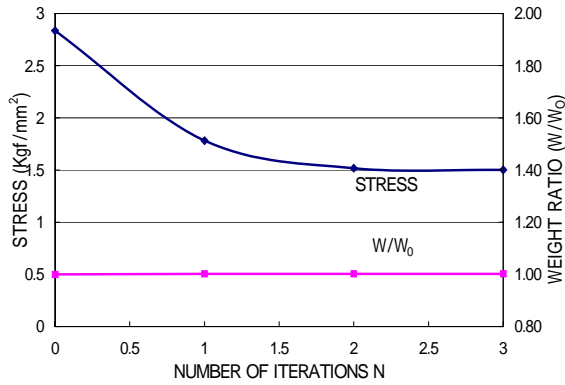
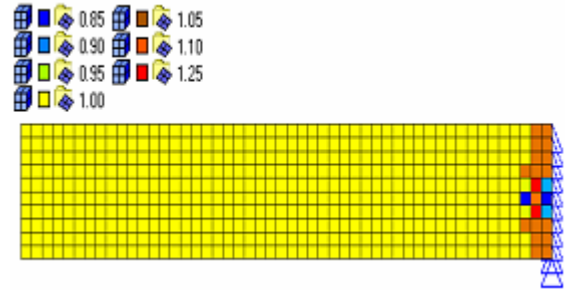


Fig.11 Calculation result

Fig.14 Structure change of board thickness by FEM

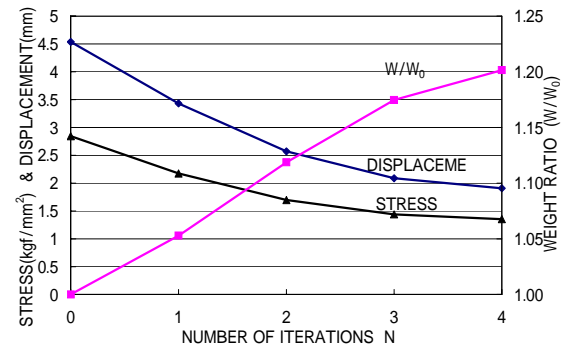


Fig.15 Calculation result

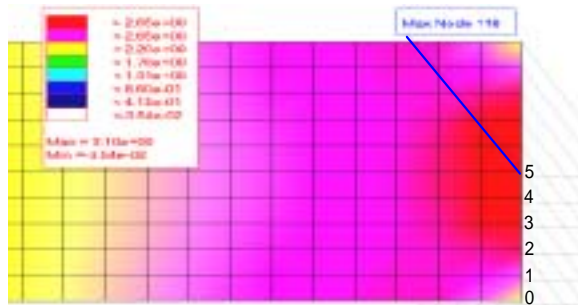


Fig.12 The position of the maximum stress before structure optimization

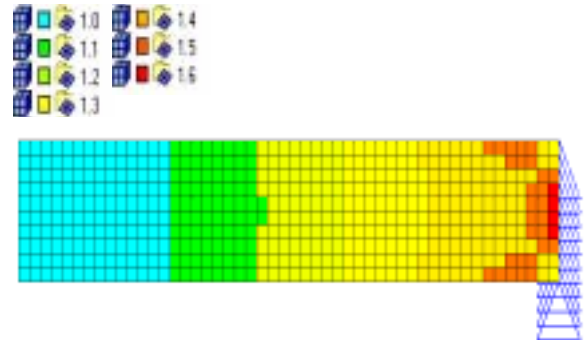


Fig.16 Structure change of board thickness by FEM

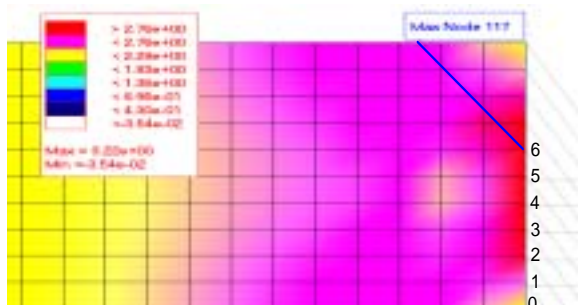


Fig.13 The position of the maximum stress after structure optimization

3.3 大型送風機用羽根車の構造最適化

構造最適化に用いた送風機の有限要素法モデルを Fig. 17 に示す．使用した有限要素法モデルはボス部を除いてすべて板要素であり，要素数は 41 028 で，節点数は 43 308 である．

今回は送風機の亀裂が発生した側板とブレードとの結合部の応力ではなく，主板とブレードとの結合部に発生した最大応力に着目し，最大応力が $77.5\text{Kgf}/\text{mm}^2$ から $40\text{Kgf}/\text{mm}^2$ になるように擬似最小二乗法を用いて構造最適化を行った．

側板，ブレード，主板の三部品を設計変数とし計算を行った結果を Fig. 18 に示す．6 回の計算で送風機の最大応力は $39.6\text{kgf}/\text{mm}^2$ となり，重量は約 2% 増加した．

構造最適化後の遠心力による応力分布を Fig. 19, Fig. 20 に示す。最大応力の移動もなく、亀裂部の応力も 38.6kgf/mm^2 から 20.6kgf/mm^2 に低減できた。板厚の変更量を表 2 に示す。主板が薄くなり、ブレードが約 2 倍と大幅に厚くなり、設計者が大いに興味を示す構造になった。

次にすべての板要素の板厚を設計変数とし、構造最適化を行った。計算に使用した有限要素法モデルは計算時間と計算センターのハードディスクの関係上、Fig. 17 のモデルよりもメッシュの粗いものとした。設計変数の数（要素数）は 5112 で、節点数は 5004 である。

この有限要素法モデルを用いて繰返し計算を行った結果、3 回の計算で着目した要素の応力は 40.0kgf/mm^2 となった。しかし、最大応力の発生した一つの要素に着目し構造最適化を行ったため、Fig. 22, Fig. 23 に示すように最大応力の発生した要素付近でしか板厚の変更は行われず、着目した要素しか応力低減することができなかった。そこで、Fig. 24 に示すようにすべての板厚を Fig. 23 のように変更したモデルをつくり、計算を行った。その結果、着目した要素にかかる応力はすべて 40.0kgf/mm^2 となったが、Fig. 25 に示す位置に最大応力が移動し、応力値は $\sigma = 50.1\text{kgf/mm}^2$ となった。しかし、最大応力の位置は移動したものの構造変更前に比べてその位置での応力は低減されており、今回着目した要素の応力は 77.5kgf/mm^2 から 40.0kgf/mm^2 まで低減することができた。しかし亀裂部の応力は増加する結果となった。

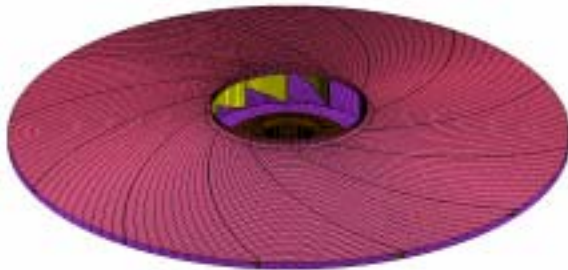


Fig.17 FEM Model

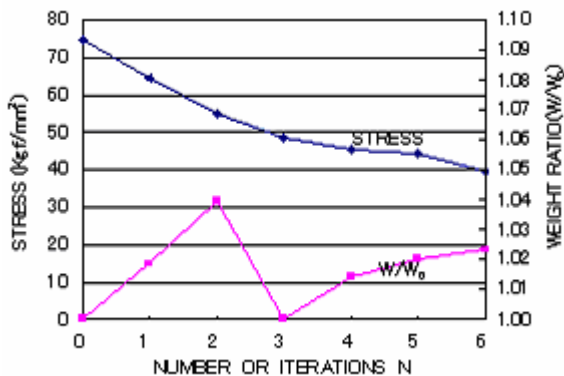


Fig.20 Calculation result (A design variable is the board thickness of a component)

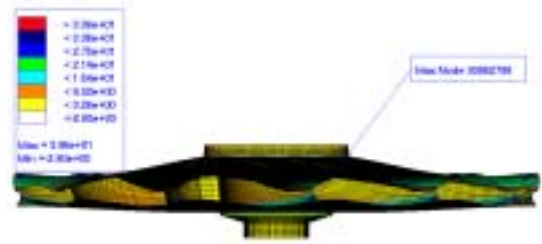


Fig.18 The simulation result by centrifugal force (A design variable is the board thickness of a component)

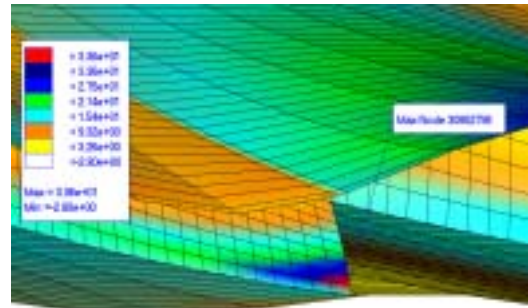


Fig.19 The simulation result by centrifugal force (A design variable is the board thickness of a component)

Table.2 The result of structure optimization (A design variable is the board thickness of a component)

Before structure optimization				
T(mm)	Weight(Kg)	Gross Weight(Kg)	W/W₀	STRESS(kgf/mm²)
9,000	134.6	269.5	1.00	77.5
3,200	24.0			
4,500	69.3			
After structure optimization				
T(mm)	Weight(Kg)	Gross Weight(Kg)	W/W₀	STRESS(kgf/mm²)
7,348	109.9	275.8	1.02	40.4
6,297	47.2			
5,001	77.1			

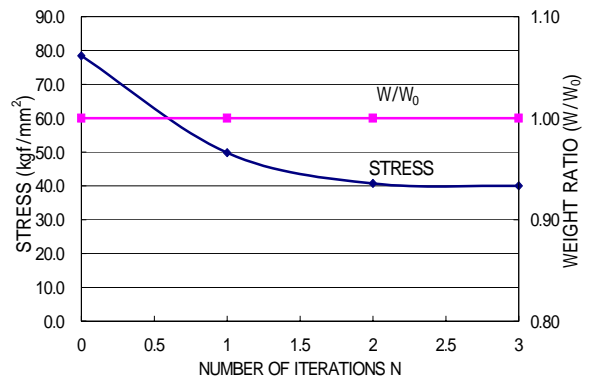


Fig.21 Calculation result (A design variable is the board thickness of all elements)

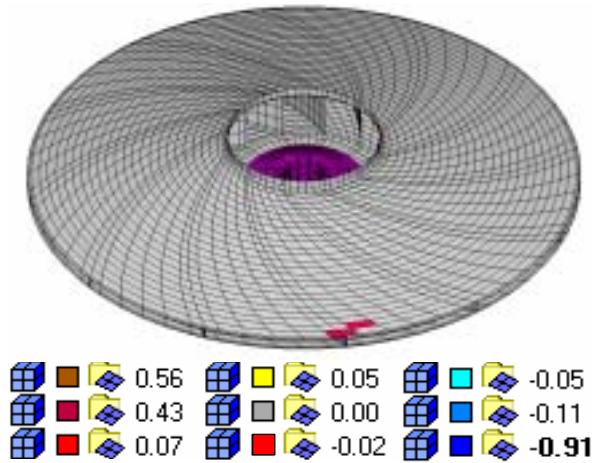


Fig.22 Structure change of board thickness by FEM (A design variable is the board thickness of all elements)

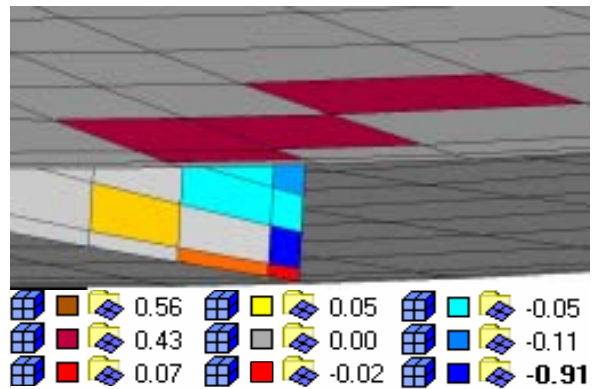


Fig.23 Structure change of board thickness by FEM (A design variable is the board thickness of all elements)

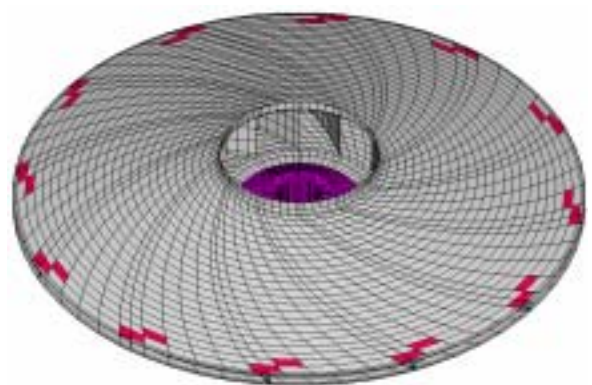


Fig.24 Structure change of board thickness by FEM (A design variable is the board thickness of all elements)

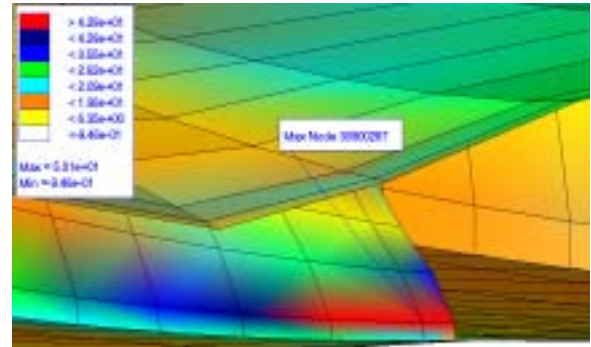


Fig.25 The simulation result by centrifugal Force (A design variable is the board thickness of all elements)

5. 結 論

本研究では実際の稼動中に亀裂が入った大型送風機用羽根車の原因を解明するために有限要素法による振動解析と応力解析を行った。解析の結果、羽根車の亀裂部とは別の場所に最大応力が発生することがわかった。また、この原因は遠心力による側板の波打つ現象によるものということがわかった。

次に、簡単な梁モデルを用いて擬似最小二乗法による最適化方法の有効性を検証した。その結果、挙動制約条件を点10の応力とした場合は最大応力の移動・増加が見られた。また、挙動制約条件を荷重点の変位とした場合は最大応力の移動は見られず、点10の応力を低減することができた。

次に、羽根車の亀裂を防ぐための構造最適化を行った。設計変数を三部品(主板、ブレード、側板)の板厚とし、挙動制約条件を最大応力とし繰返し計算を行った結果、6回の計算で最大応力は $77.5\text{kgf}/\text{mm}^2$ から $40.4\text{kgf}/\text{mm}^2$ となり、最大応力点の移動なく目標値まで低減する事ができた。また、亀裂部の応力も低減する事ができ、問題解決のための構造を提案することができた。

設計変数を全ての板要素の板厚とし計算を行った結果、着目した要素の応力は低減できたが、最大応力の移動が見られた。また、亀裂部の応力は増加した。

以上より、実際の稼動中に亀裂が入った大型送風機用羽根車の原因の解明と問題改善のための手法および構造提案を行うことができた。

参考文献

- (1) 岩原・長松, 機論, 56-523, C(1990-3), 86-92.
- (2) 長松昭男, モード解析入門, (1993), コロナ社.
- (3) 三好俊郎, 有限要素法入門, (1978), 倍風館.
- (4) 生井武文, ターボ送風機と圧縮機, (1988), コロナ社.