

# 有限要素法によるミニターボの振動、応力解析

大竹 雅浩

法政大学大学院工学研究科機械工学専攻

辻 隆宏

法政大学工学部機械工学科

岩原 光男 水木 新平

法政大学工学部機械工学科

現在、有限要素法はもうすでに確立されたものであると考えられがちであり、また、そのプログラムは完全にブラックボックスとして使われてしまっている。しかし、現在使われているプログラムが実際に最良の解析方法となっているかどうかということに疑問を抱いてみる必要があり、今一度その内容について検討してみるべきではないだろうか。そこで今回は汎用有限要素法ソフト Nastran と手計算による理論値および Post 処理における応力の違いを明らかにしたうえで、超小型遠心圧縮機用インペラーの振動と応力の解析を行い検討した。

## 1. 緒言

近年、電力用の分散型エネルギー源などに始まり、モバイル電源や超小型飛行機用を目指したガスタービンの小型化に対する研究や試作が盛んに試みられている。しかし、その設計手法や製造技術は、未だ確立されていないところが多い。

本研究では、Nastran と手計算による理論値、HyperMesh の Post 処理における応力の違いを明らかにしたうえで、超小型遠心圧縮機用インペラーを 2 次元の CAD データから SolidWorks、HyperMesh を経て 3 次元の有限要素モデルにモデル化し、回転数 220,000rpm 下で使用したときの応力を Nastran を用いて計算し、検討を行った。また、Nastran の計算データを基にインペラーの図面から応力、振動を予測する事を目指した。

## 2. 片持ち梁を用いた理論値と有限要素法との比較

### 2.1 概要

有限要素法の構造振動解析への応用は、汎用ソフトウェアの充実と高速大容量計算機資源の出現により、大企業においては実務に定着している。しかし、解析そのものの必要性はありながら、中小企業など計算機資源の十分でないところは必ずしも実用に活用されていないことが多い。それは、構造が複雑であり、モデル化に必要な有限要素の数が増えるため、モデリング作業に時間がかかると同時に計算時間と記憶容量が手持ちの計算機では扱いにくくなるからである。

そこで本章では簡単な片持ち梁の応力解析を有限要素法を用いたプログラムソフト Nastran と手計算による理論値、HyperMesh によるアニメーションの比較、検討をおこなった。

### 2.2 モデルの説明

本章では次のようなモデルを用いる。応力の値は接点 10 でそれぞれ比較する。

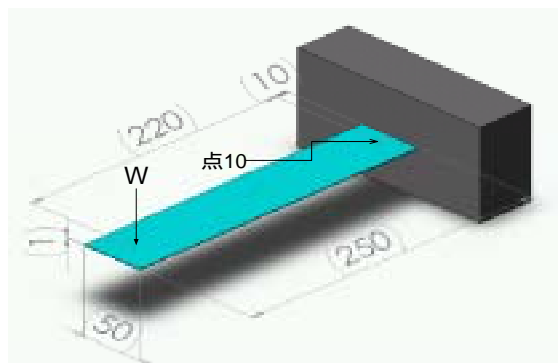


Fig.1. 片持ち梁

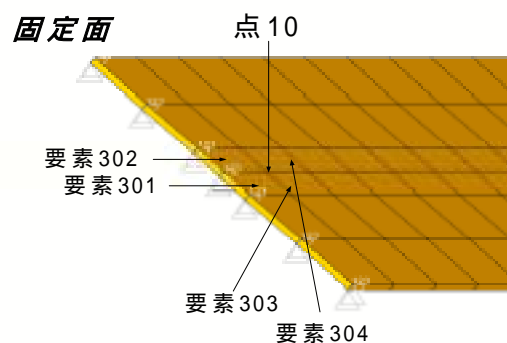


Fig.2. 要素と点

一点加重の片持ち梁を 150 分割し、要素には 6 面体を用いる。それぞれの要素に中間接点を付けたものとも比較する。

### 2.3 計算による理論解

点10における最大主応力は次の式から求められる。

$$\sigma = \frac{D}{Z} W \quad \dots (1)$$

Z; 断面係数

D; 加重点から接点10までの距離

W; 加重

### 2.4 比較

有限要素法による応力解析では、各要素内の変位を微分して応力値を求めている。また、各要素内の接点の変位は1次、または2次関数で表しているのだが、それぞれの接点での変位の値は連続となるが変位を表す関数の微分係数は非連続である。そのため接点に接する4個の要素からそれぞれの応力値が求められる。

各要素における中心応力と、中間接点の有無による応力計算結果の比較表と理論値および HyperMesh による平均値を Table 1 に示す。

HyperMesh での応力値は、それらを平均した値となっている。この平均した値が理論値に近くなっている。従って要素が大きければ大きいほど誤差が大きく、正確な値を求めることができない。これを解決するためには、それぞれの要素に中間接点を付ける必要がある。中間接点を付けることで各接点の変位を表す関数がより正確になり理論値に近い応力値が得られる。また、HyperMesh の問題点として、中心応力から求めた接点応力は要素301と要素303の中心応力から接点10の応力を推定しているだけなので、実際の値と大きく違う。Nastran で計算した接点応力を利用すると理論値とよく合う。従って、1つの要素の表面で、応力が大きく違う場合、中心応力ではなく接点応力を使わなければならない。

Table 1. Nastran による計算結果

	要素番号	点10における Nastran の計算出力	要素の中心の主応力
SP01	301	3.01E+00	8.66E-03
	302	3.01E+00	8.65E-03
	303	2.60E+00	6.62E-03
	304	2.60E+00	6.62E-03
SP02	301	2.86E+00	5.01E-03
	302	2.86E+00	5.01E-03
	303	2.66E+00	2.51E-03
	304	2.66E+00	2.51E-03

Table 2. HyperMesh の結果と理論値

	HyperMesh	理論値
SP01	2.81E+00	2.76kgf/mm <sup>2</sup>
SP02	2.76E+00	

SP01: 中間接点なし

SP02: 中間接点あり

さらに HyperMesh による等高線表示の結果を Fig.3. から Fig.10. に示す。

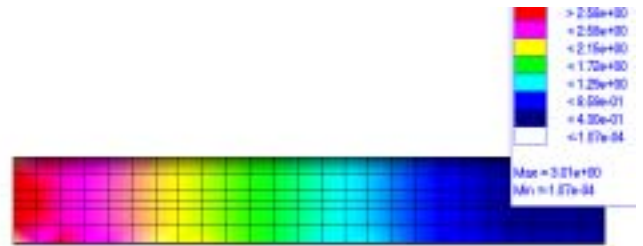


Fig.3. 中間接点なし6面体要素を使用した SP01 の Contour 表示

Fig.3. は接点応力の計算結果を読み込み、各接点で Contour 表示したものである。中間接点はないが、かなり理論的に近い表示となった。

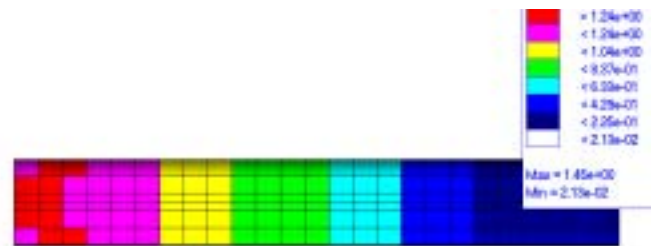


Fig.4. 中間接点なし6面体要素を使用した SP01 の Assign 表示

Fig.4. は Nastran での接点応力の計算結果を読み込み、各要素中心応力を算出し、要素ごとに表示したものであり、理論値とは異なる。

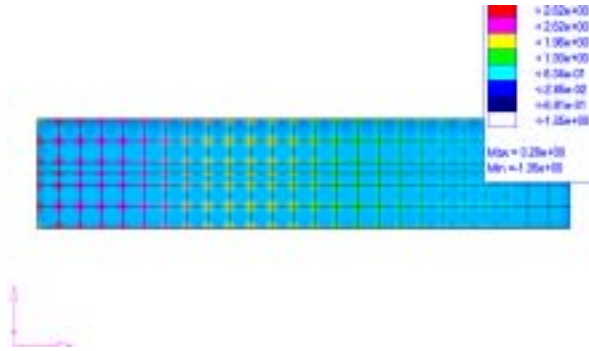


Fig. 5. 中間接点付 6 面体要素を使用した SP02 の Contour 表示

Fig. 5. は Nastran の接点応力の計算結果を読み込み、各接点でグラデーション表示したものを。中間接点があり、応力値の信頼度は一番高いが、HyperMesh ではうまく表示されなかった。

であり、理論値より著しく低い。



Fig. 8. 中間接点なし 6 面体要素を使用した SP01 の Assign 表示

Fig. 8. は Nastran による中心応力の計算結果を読み込み、各要素の中心で表したものを。理論値より著しく低い。

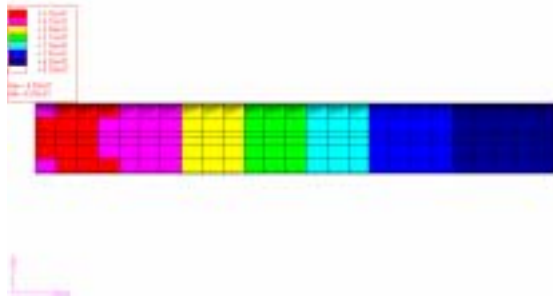


Fig. 6. 中間接点付 6 面体要素を使用した SP02 の Assign 表示

Fig. 6. は Nastran の接点応力の計算結果を読み込み、各要素中心応力を算出し、要素ごとに表示したものを。理論値とは異なる。



Fig. 9. 中間接点付 6 面体要素を使用した SP02 の Contour 表示

Fig. 9. は中間接点を付け、Nastran による中心応力の計算結果を読み込み、各要素の中心で表したものを Contour 表示したものを。理論値より著しく低い。



Fig. 7. 中間接点なし 6 面体要素を使用した SP01 の Contour 表示

Fig. 7. は Nastran による中心応力の計算結果を読み込み、各要素の中心で表したものを Contour 表示したものを。



Fig. 10. 中間接点付 6 面体要素を使用した SP02 の Assign 表示

Fig. 10. は中間接点を付け、Nastran による中心応力の計算結果を読み込み、各要素の中心で表したものを。理論

値より著しく低い。

### 3. 超小型遠心圧縮機用インペラーの応力解析

#### 3.1 モデルの概要

次にインペラーの応力解析を行った。まず2DのCADデータから3DCADソフトSolid worksを用いて3Dモデルを作成する。そのモデルをHyperMeshに読み込みテトラメッシュにより自動的に有限要素モデルを作成する。モデルをNastran形式に書き換え、ComandPronptを用いてデータを計算センター(Shinano)に送り、Nastranにて計算を行った。

そのときのモデルをFig.11. からFig.14.に示す。また、計算過程の流れをFig.15.に示す。なお、Fig.13.に示す有限要素モデルは約150000の要素に分割されており、モデルの形状を正確に再現できるように要素形状は四面体要素とした。要素数:155,226、接点数:253,211、計算時間:2時間である。

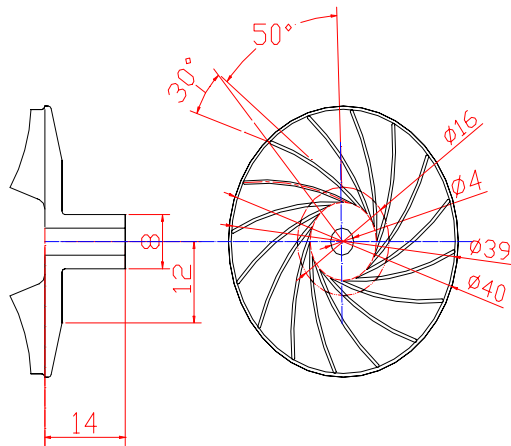


Fig.11. 2次元CADによるモデルの設計図



Fig.12. Solid Worksによる3次元モデル

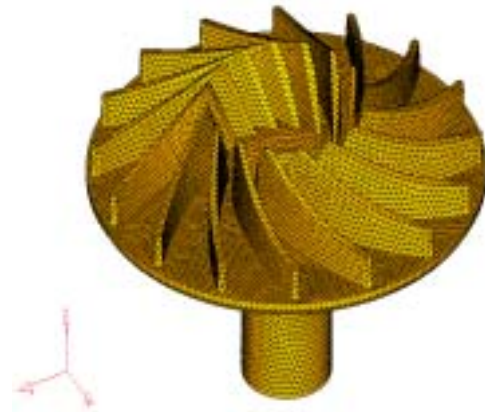


Fig.13. Hyper Meshによる有限要素モデル

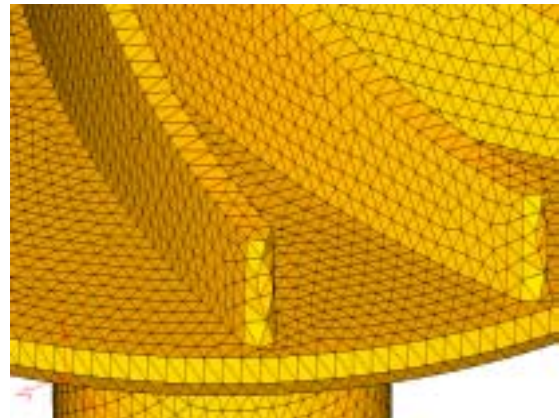


Fig.14. Hyper Meshによる有限要素モデルの拡大図

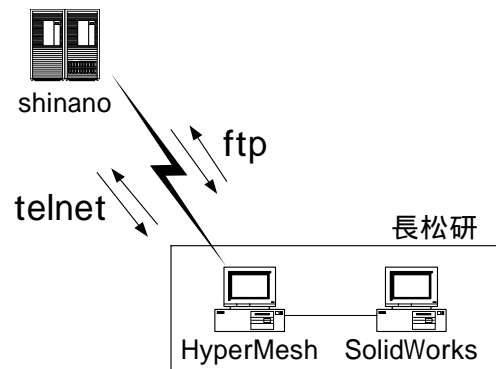


Fig.15. モデルの計算過程

#### 3.2 応力の計算結果

有限要素モデルをNastranにより計算させる際、モデルの中心を拘束し、回転数220,000 rpmの条件を与えた。また、材料としてはA7075を用いている。

Table.3.にA7075の物質的性質、および機械的性質を



示す。

Table 3. A7075 の材料特性

密度	( g/mm <sup>2</sup> )	2.80E-10
縦弾性係数	( kN/mm <sup>2</sup> )	71.7
ポアソン比		0.33
引っ張り強さ	( N/mm <sup>2</sup> )	230 ~ 525

以上のような条件でモデルの応力解析を行った結果、遠心力により花卉開花状にインペラーが変形して回転数 220,000rpm では過大な応力が発生する事がわかった。また、計算上では回転数が 220,000rpm での最大主応力値は 121kgf/mm<sup>2</sup>であったが、このモデルにはテーパが付いていないため、実際よりも応力集中が大きいと考えられる。しかしながら羽根の根元に応力が集中する事は確かである。今後 このような応力集中を改善する手法を見つけて出す事が課題である。

Fig.16. から Fig.18.に遠心力によるモードと応力分布の図を示す。

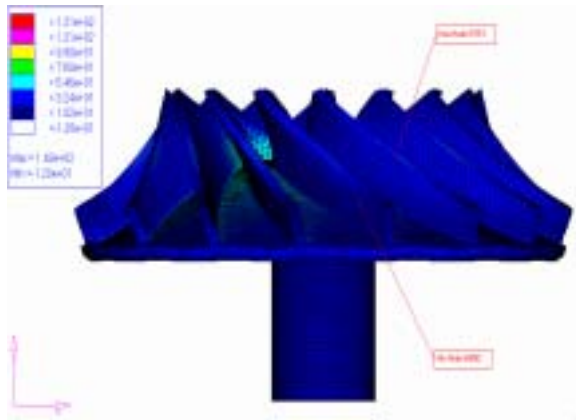


Fig.16. 遠心力によるモードと応力分布

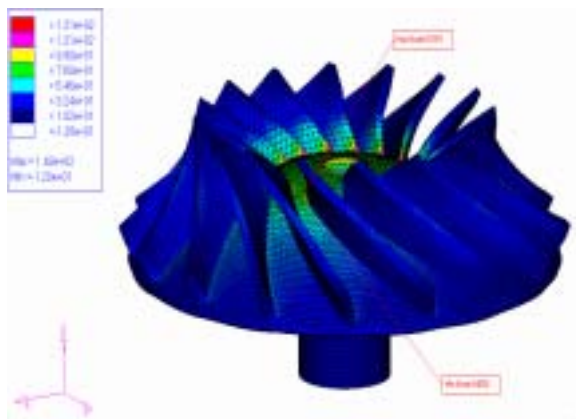


Fig.17. 遠心力によるモードと応力分布

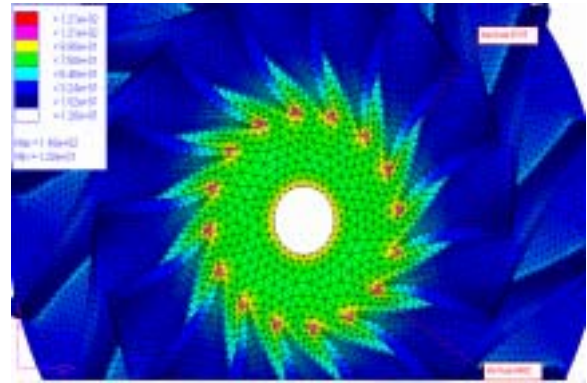


Fig.18. 遠心力によるモードと応力分布

### 3.3 固有振動数の計算結果

振動解析を行った結果、8795Hz で 1 次固有モードが現れた。しかし、本インペラーの稼働回転数は 3666Hz までなので共振する事は無いと予想される。また、今回の振動解析により 1 次固有モード (8795 Hz)、2 次固有モード (8796 Hz) では振動はブレードまで及ばず、剛体変形であり 3 次固有モード (1021 Hz) 以降からブレードの振動が始まる事がわかった。

各固有振動数と各固有モードとそのときの応力を以下に示す。各固有モードとその時の応力分布の図に関しては、特に重要だと思われる 1 次から 3 次までのものを示す。

Table 4. 固有振動数

Mode	振動数 (Hz)
1 次固有モード	8795
2 次固有モード	8796
3 次固有モード	10210
4 次固有モード	10560
5 次固有モード	11740
6 次固有モード	11740
7 次固有モード	21130
8 次固有モード	21130
9 次固有モード	30680
10 次固有モード	30680

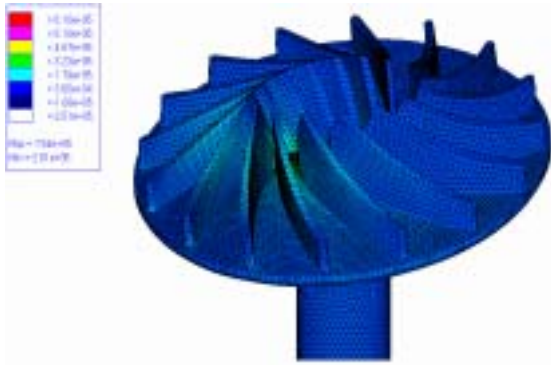


Fig.19. 1次固有モード(8795 HZ)と応力分布

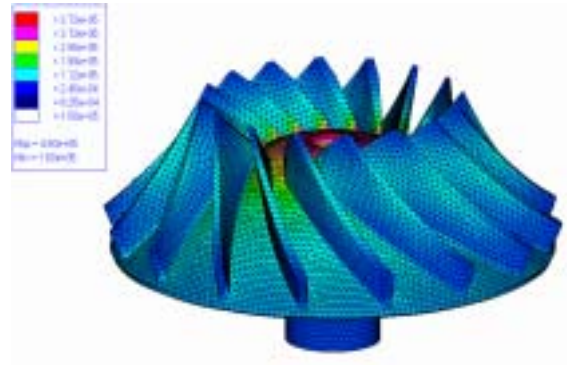


Fig.23. 3次固有モード(1021 HZ)と応力分布

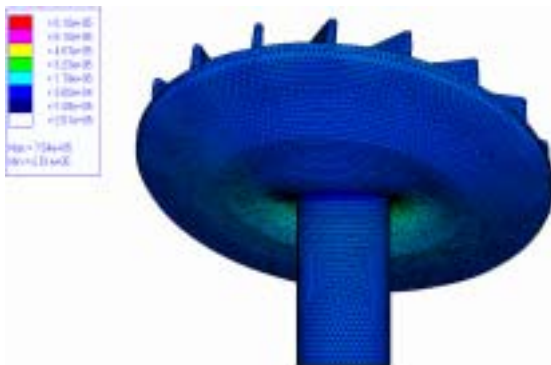


Fig.20. 1次固有モード(8795 HZ)と応力分布

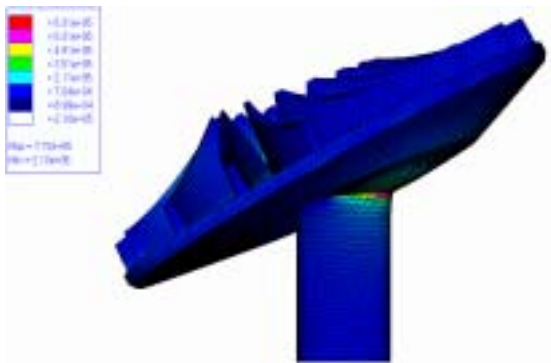


Fig.21. 2次固有モード(8796 HZ)と応力分布

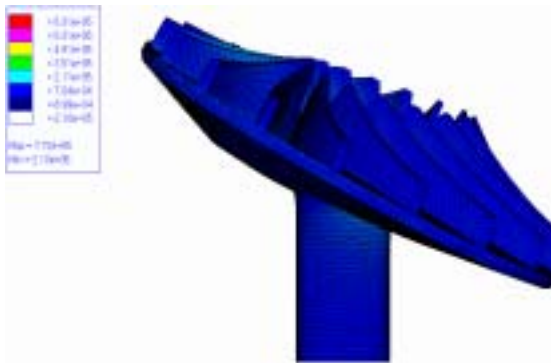


Fig.22. 2次固有モード(8796 HZ)と応力分布

#### 4.まとめ

片持ち梁の有限要素モデルを用いて Nastran による計算と手計算による理論値とを比べる事によって有限要素法による結果と理論値には誤差が生じるということがわかった。また、Post 処理における応力分布の表示の仕方に違いがあることがわかった。これらを防ぐためには、要素を細かくしていく(メッシュを細かく切る)方法がある。そうすることによりそれぞれの変位関数が正確になり、より正確な応力解析をすることができる。しかし、対象のモデルが大きくなれば、当然、要素の数も大きくなり、その計算量は莫大なものになってしまう。そのため、有限要素法の精度向上には、コンピューターの性能が望まれる。

以上の結果を踏まえて超小型圧縮機用インペラーの解析を行うことによって、回転時におけるインペラーが受ける応力分布や固有振動数や共振の有無を Nastran の計算データを基にインペラーの図面からあらかじめ予測することができた。また、インペラーのモードについては遠心力により花弁開花状に変形する現象を見つけ出すことができた。この現象による応力集中を防ぐための手法を検討する事が、今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] 長松昭男, "モード解析", コロナ社, 1999年
- [2] O.C.ツイエンキーヴィッツ, 吉識雅夫, 山田嘉昭, "マトリックス有限要素法", 培風館, 1993年
- [3] 戸川隼人, "有限要素法へのガイド", サイエンス社, 2000年
- [4] 三好俊郎, "有限要素法入門", 培風館, 2001年

キーワード.

有限要素法、応力、振動、超小型遠心圧縮機

.....

Summary.

**Vibration and stress analysis of impeller using the finite element method**

Masahiro Ohtake

Graduate School of Engineering, Hosei University

Takahiro Tsuji

Department of Mechanical Engineering, Hosei University

Mitsuo Iwahara   Shimpei Mizuki

Department of Mechanical Engineering, Hosei University

It tends to be thought that a finite element method is already established now, and the program will be completely used as a black box. However, the program used now needs to have a question for whether it is actually the best analysis method, and we should examine the program once again. Then, after clarifying the difference between the stress value by Nastran and the theoretical value by manual calculation, we performed analysis of vibration and stress of impeller for micro centrifugal compressors.

Keywords.

Finite Element Method, Stress, Vibration, Micro Centrifugal Compressors