

飽和粘性土の非線形弾性・透水構成則と3次元圧密解析

板倉 大祐

法政大学大学院工学研究科建設工学専攻

草深 守人

法政大学計算科学研究センター

竹内 則雄

法政大学工学部土木工学科

圧密支配方程式の数値解析では、材料パラメータは圧密進行中において一定として扱われることが多い。しかしながら、圧密は、間隙水の排水を伴いながら間隙の有効径を縮小し、土粒子骨格をより密な構造へ移行させる過程である。したがって圧密過程では、間隙水の流れと土粒子骨格構造の変形を支配するそれぞれの構成モデルは、当然のことながら非線形モデルとして扱わざるを得ない。圧密の進行に伴う間隙比、透水係数および体積圧縮係数の変化を調べるために、正規圧密粘土を使った圧密～透水試験を行った。この試験結果に基づき、透水係数を間隙比（体積ひずみ）の関数として表現した間隙水の流れに関する非線形構成モデルを示した。また、土粒子骨格の弾性係数を静水圧有効応力の関数とした非線形構成モデルを示した。さらに、これら2つの構成モデルを組み込んだ3次元圧密プログラムによる2・3の解析例を示し、線形との比較および考察を行った。

1. はじめに

自然地盤に堆積している粘土層の圧密変形は一般的に複雑であり、地盤中の土の挙動を単純化することは困難とされている。そこで、何らかの理論的な考え方の基礎が、さらに重要になってくる。圧密による多くの研究は、1次元、2次元問題が主で、計算の複雑さや解析が困難であるということから3次元による考察はほとんどが線形範囲に留まっていた。そこで、本研究では非線形性を考慮した構成則をBiotの圧密支配方程式に導入し、具体的な解析例を示し、非線形構成則の効果について考察した。

2. Biotの圧密理論による定式化と離散化

地盤内の微小直方体要素に作用している応力の釣合い条件をサフィックス表示で表すと次式のようにになる。ただし、 F_i は x_i 方向の物体力であり、圧縮を正としている。

$$-\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0 \quad (1)$$

さらに、全応力 = 有効応力 + 間隙水圧の関係を利用して、地盤内を弾性体と仮定し、ひずみと変位の関係式を用いると土粒子骨格構造の変形に関する支配方程式は次式で表される。

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (G + \lambda) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} - \alpha \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - F_i = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i は変位、 ϕ は間隙水圧、 G はせん断弾性係数、 λ はLame定数、 α は水の体積圧縮係数（通常 $\alpha = 1$ ）である。

一方、地盤内の微小な直方体要素内を流れる水分量収支は、圧密による排水量が、体積ひずみの変化に等しいとすることにより次式の連続条件式として表現される。

$$-\frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{d\varepsilon_v}{dt} = 0 \quad (3)$$

ただし、 v_i は流速、 ε_v は体積ひずみ、 t は時間を表し、ここでは、間隙水は非圧縮性と仮定している。

間隙水の流速と圧力に関する構成式はDarcy則に従い、全水頭 = 位置水頭 + 圧力水頭の関係を用いることにより間隙水の流れの支配方程式をサフィックス表示で表すと次式のようにになる。

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} + k \frac{\partial^2 h_z}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{d}{dt} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

ここで、 h_z は位置水頭、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積質量である。ただし、時間微分は、 x_i に関する微分と区別するため、 d を用いた。

本研究では、式(2)、式(4)をガラーキン法により有限要素離散化し、以下に示す非線形構成方程式を導入した3次元圧密解析プログラムを開発した。

3. 非線形構成方程式の導入

図1に示す圧密～透水試験結果から、間隙比（体積ひずみ）と透水係数の関係式が次式で与えられた。

$$\log k = 1.869e - 8.763 \quad (5)$$

ここで、間隙比 e と体積ひずみ ε_v は次式の関係にある。

$$\varepsilon_v = \frac{\delta e}{1 + e} \quad (6)$$

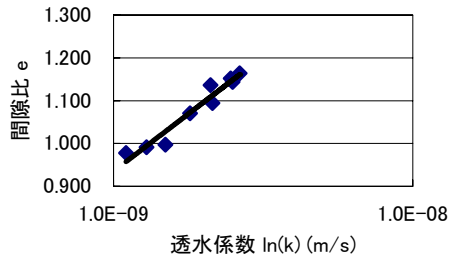


図1 間隙比～透水係数の関係

体積圧縮係数は、圧密圧力の増加に対する体積の減少の割合を示すもので、弾性係数はこの体積圧縮係数の逆数と定義されている。ここで、 e_0 ：初期間隙比、 ν ：ポアソン比、 C_c ：圧縮指数として、圧密応力と弾性係数の関係を次式で表現する。

$$E = \frac{p}{c_c} 3(1 - 2\nu)(1 + e_0) \quad (7)$$

4. 有限要素解析

(1) 線形解と非線形解との比較

解析は、理論値との比較を行うために、直方体の4側面と下端面を非排水条件および面直交方向変位固定の1次元圧密モデルとした。理論解（線形解）は、Terzaghiの線形弾性圧密理論である。非線形解は、土粒子骨格構造の変形に対して式(7)の非線形弾性を適用し、間隙水の流れに対して式(5)の非線形透水係数を適用した。有限要素解析モデルは、総接点数275、総要素数160分割である直方体を用いた(図2)。

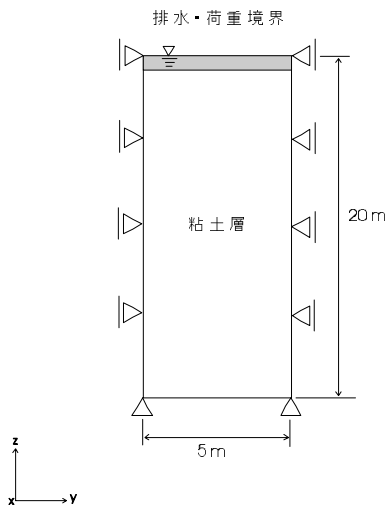


図2 解析モデル図(1次元圧密問題)

モデル上端の中央に着目して、圧密の進行過程を線形解と非線形解で比較したものを図3に示す。明らかに、圧密に要する時間は、非線形問題とした場合の方が長く、線形解に比べ2倍程度余分に必要であることが分かる。

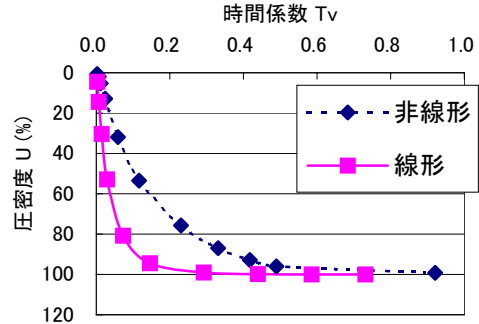


図3 圧密度～時間係数の関係

図4と図5はモデル中央断面における間隙水圧の鉛直分布、図6と図7は有効応力の鉛直方向成分の分布をそれぞれ線形と非線形とで比較したものである。粘土層内の過剰間隙水圧の消散は、線形解に比べ非線形解でかなりの遅れを示している。

また、当然のことではあるが、有効応力の上昇でも、線形解に比べ非線形解でかなりの遅れを示している。

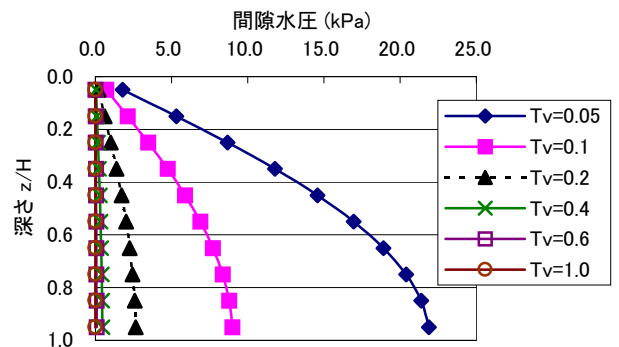


図4 間隙水圧の深度分布(線形)

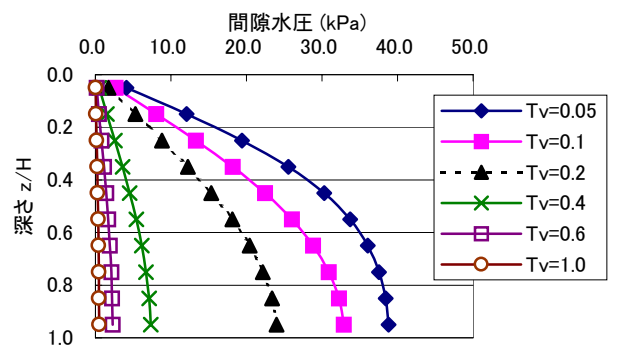


図5 間隙水圧の深度分布(非線形)

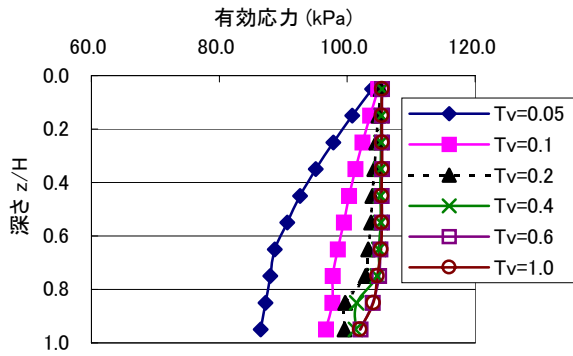


図6 有効応力の深度分布（線形）

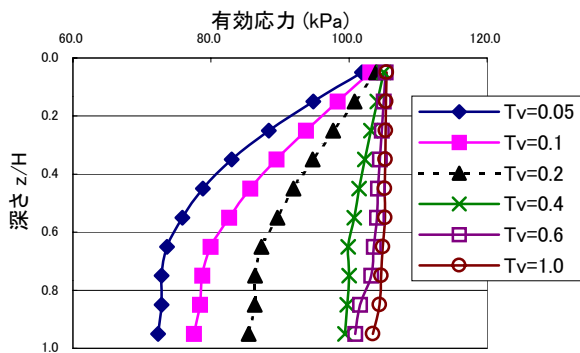


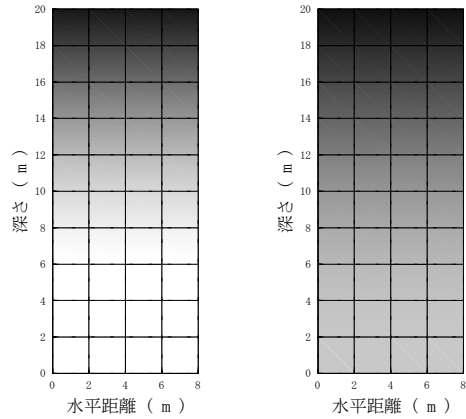
図7 有効応力の深度分布（非線形）

図8と図9は、それぞれモデルの中央断面における間隙水圧の分布および弾性係数の分布を示したものであり、圧密の進行に伴って間隙水圧および弾性係数が変化している。

(2) 2次元解析と3次元解析の比較

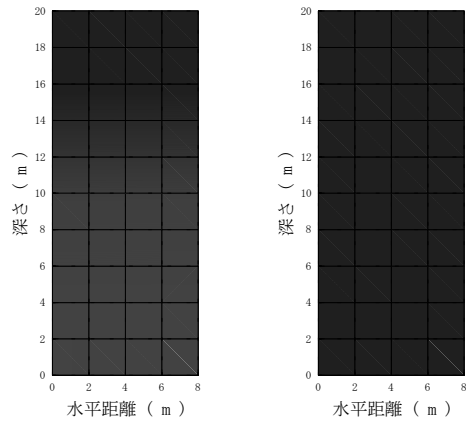
軟弱地盤上の盛土構造物等の設計や施工工程の立案に先立って実施される圧密解析を想定し、対象とする問題を厳密に3次元問題とした場合と簡略化して2次元問題とした場合のそれぞれについて解析を実施し、両者の比較・考察を行った。

解析は、直方体の4側面と下端面を非排水条件および面直交方向変位固定の2次元圧密問題および3次元圧密問題とした。有限要素解析モデルは、総節点数726、総要素数500分割である直方体を用いた(図10)。モデル上端の1層目を砂層と仮定し、粘土層に比べて弾性係数がほぼ100倍程度の大きい値とし、透水係数は $1.0 \times 10^{-3} (m/s)$ とした。なお、粘土層の土質条件は前項(1)と同様にした。また、荷重は $1m^2$ 当たり40(kN)とし、2次元問題では、地表面中央部10m区間に半無限方向へ、3次元圧密問題では、地表面中央部 $10 \times 10m$ 区間にそれぞれ作用させた。



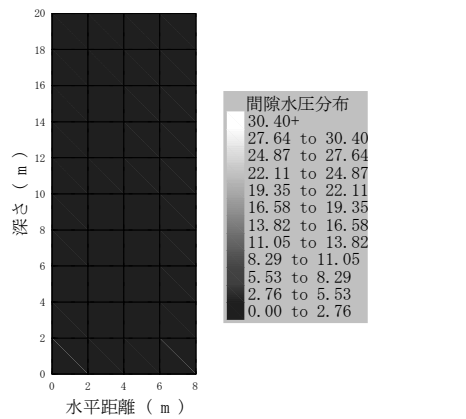
時間係数 $T_v=0.1$

時間係数 $T_v=0.2$



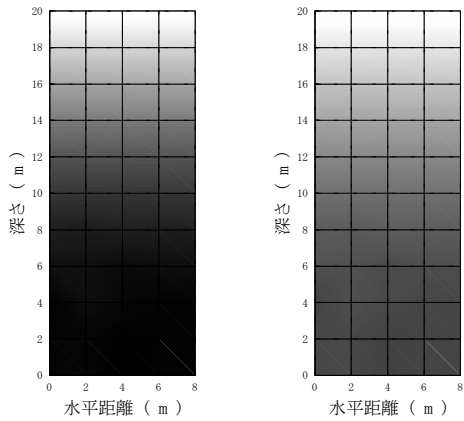
時間係数 $T_v=0.4$

時間係数 $T_v=0.6$



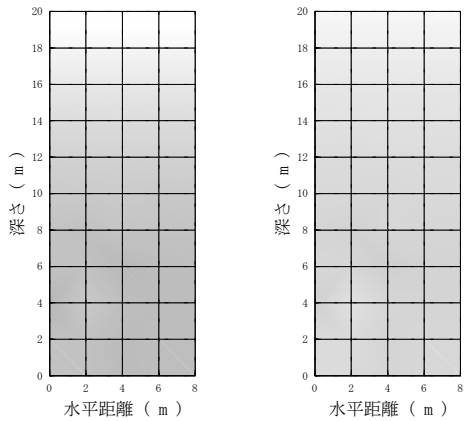
時間係数 $T_v=1.0$

図8 時間係数と間隙水圧の関係（非線形）



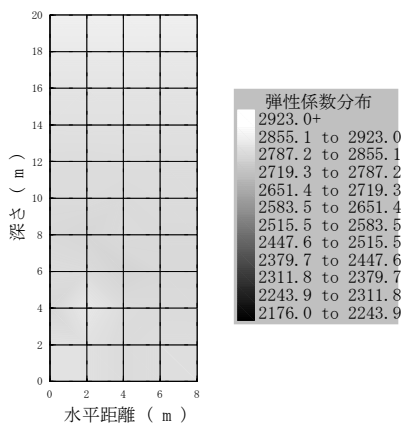
時間係数 $T_v=0.1$

時間係数 $T_v=0.2$



時間係数 $T_v=0.4$

時間係数 $T_v=0.6$



時間係数 $T_v=1.0$

図9 時間係数と弾性係数の関係（非線形）

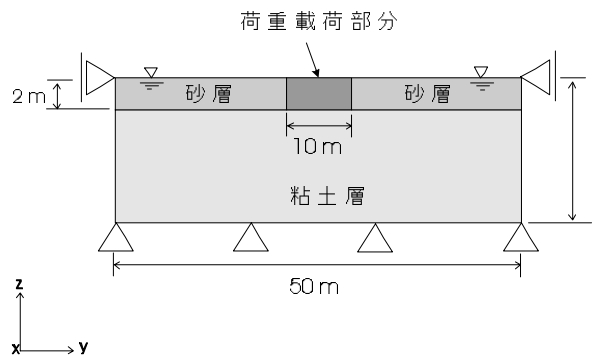
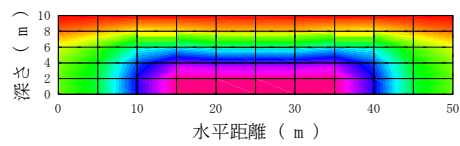
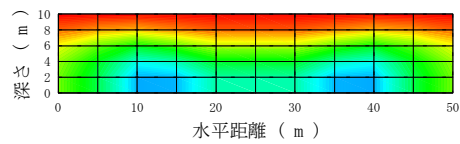


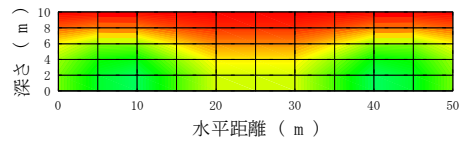
図10 解析モデル図（2次元、3次元圧密問題）



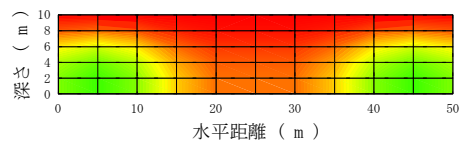
時間係数 $T_v=0.1$



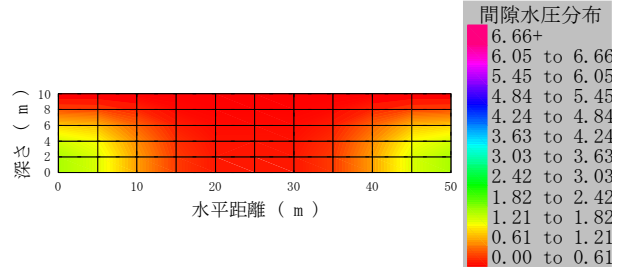
時間係数 $T_v=0.2$



時間係数 $T_v=0.4$



時間係数 $T_v=0.6$



時間係数 $T_v=1.0$

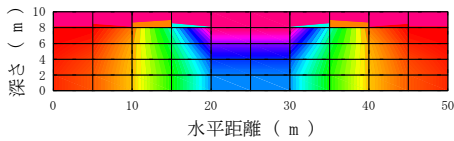
図11 時間係数と間隙水圧の関係（2次元圧密問題）

2次元圧密問題および3次元圧密問題において、モデルの中央断面における間隙水圧、弾性係数の分布をそれぞれ時間係数ごとで表現したものを図1 1、図1 2および図1 3、図1 4に示す。

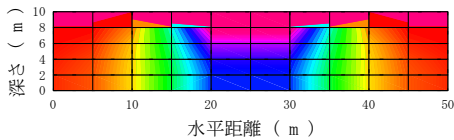
2次元問題として扱った場合の間隙水圧の分布は、圧密の初期段階において急速に消散している。これに反して3次元問題として扱った場合の間隙水圧分布は、圧密の中期段階においてもなお載荷面直下の地盤中にポケット状に過剰間隙水圧が残留する領域が形成されている。この差異は、3次元問題では、2次元問題に対して排水方向が増すことを考えると逆の現象のように思える。

しかし、平面ひずみ条件では、半無限方向のひずみが完全に拘束されていることから、載荷荷重による全応力の等方圧成分の上昇が3次元問題に比べてかなり大きいことから十分に理解できることである。

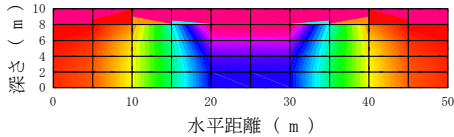
弾性係数分布も同様に、2次元問題では変形が半無限方向には及ばないことから、荷重を載荷している真下から、水平方向に広がるようにして弾性係数が大きくなっていく。3次元問題では、変形が半無限地盤方向にも生じることで、変形が大きく、荷重が作用している付近の弾性係数は、初めから大きい。一方、それに伴って横から地盤が盛り上がることで、水平方向の弾性係数は、2次元問題と比較すると若干小さいことが覗える



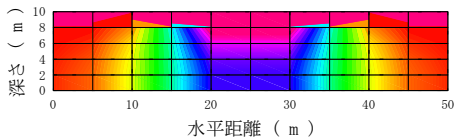
時間係数 $T_v=0.1$



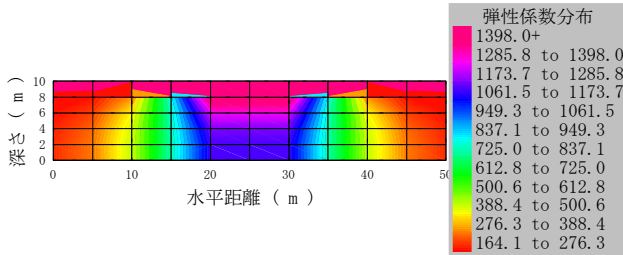
時間係数 $T_v=0.2$



時間係数 $T_v=0.4$

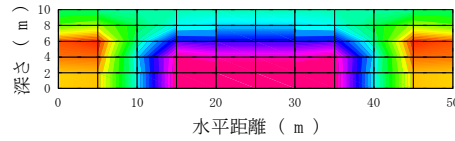


時間係数 $T_v=0.6$

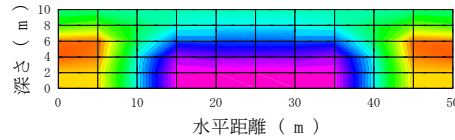


時間係数 $T_v=1.0$

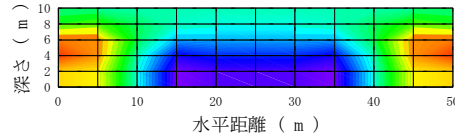
図1 2 時間係数と弾性係数の関係 (2次元圧密問題)



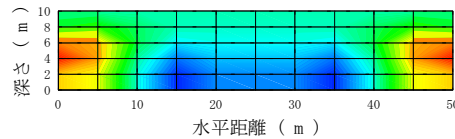
時間係数 $T_v=0.1$



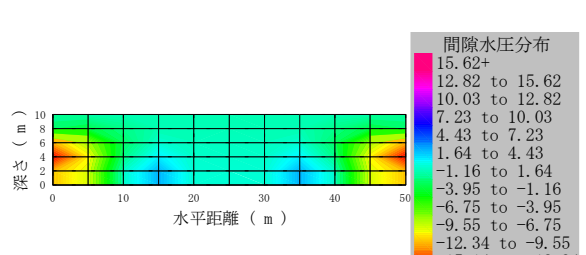
時間係数 $T_v=0.2$



時間係数 $T_v=0.4$

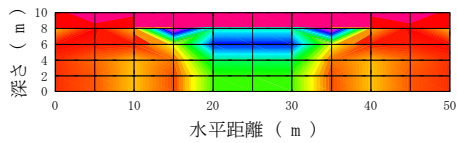


時間係数 $T_v=0.6$

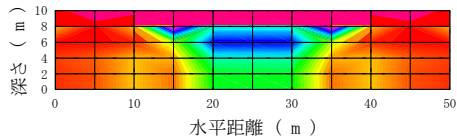


時間係数 $T_v=1.0$

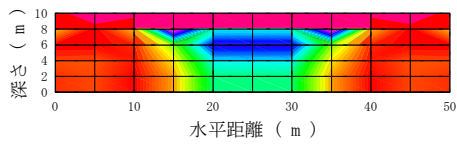
図1 3 時間係数と間隙水圧の関係 (3次元圧密問題)



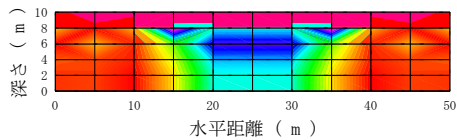
時間係数 $Tv=0.1$



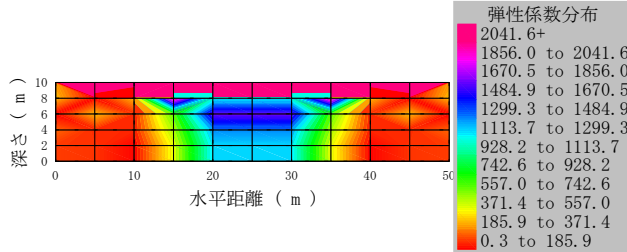
時間係数 $Tv=0.2$



時間係数 $Tv=0.4$



時間係数 $Tv=0.6$



時間係数 $Tv=1.0$

図 1 4 時間係数と弾性係数の関係 (3次元圧密問題)

2次元圧密問題および3次元圧密問題において、モデルの中央断面における変形図をそれぞれ図15、図16に示す。2次元圧密問題での変形は、半無限地盤方向の拘束により、滑らかな変形モードを示した。一方、3次元圧密問題での変形は、載荷面周りで急激に沈下する変形モードを示した。

— 変形前
— 変形後

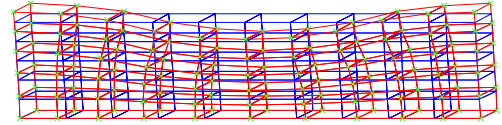


図 1 5 変形図 (2次元圧密問題)

— 変形前
— 変形後

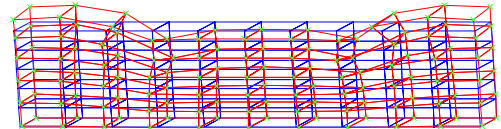


図 1 6 変形図 (3次元圧密問題)

5. 結論

土粒子骨格構造の変形および間隙水の透水に関して圧密の進行に伴う非線形構成則を圧密支配方程式に導入し、線形解と非線形解で比較し、非線形性の有効性を確認した。さらに、盛土地盤基礎を中心とした解析を行い、2次元圧密問題と3次元圧密問題とで比較した。その結果、軟弱地盤上の盛土等の設計や施工計画で要求される圧密解析では、土の非線形性を考慮した3次元圧密解析が望ましく、安易に2次元や1次元問題として単純化すべきでないことを示唆した。

参考文献

- [1] 田中忠次、鶴飼恵三、地盤の三次元弾塑性有限要素解析、丸善株式会社、1997
- [2] T.J.R.Hughes、A finite element method、Prentice-Hall、1987

キーワード.

透水係数、弾性係数、非線形構成則、圧密、有限要素法

Summary.

**Nonlinear Elasticity And Permeability Constitutive Equation of Saturated Clay
And
The Three-Dimensional Consolidation Analysis**

Daisuke Itakura

Division of Engineering, Specialize in Construction Engineering, Hosei University

Morito Kusabuka

Computational Science Research Center, Hosei University

Norio Takeuchi

Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Hosei University

In the numerical analysis of the consolidation governing equation , a material parameter treated as constant in process of consolidation progress. However, it is considered that the governing equation should consider non-linear of material. For the purpose of relating the change of the permeability in the progression of the consolidation to the void ratio , the consolidation and permeability tests is carried out to normal consolidated clay. The non-linear constitutive relation between permeability and void raitio and Young's modulus defined a function of effective hydrostatic stress was applied to three-dimensional consolidation program. Compare the non-linear analysis results with the linear was examined.

Keywords.

permeability coefficient, Young's modulus ,nonlinear constitutive equation, consolidation ,FEM