

# 画像の固有パターンと磁界分布解析への応用

若林 健一      早野 誠治      斎藤 兆古      國井 利泰  
法政大学工学部

堀井 清之  
白百合女子大学文学部

佐久間 正剛  
(株) 東芝

コンピュータスクリーン上における画像の各画素を構成する赤、緑、青の3成分の組み合わせから、画像固有のパターンを抽出することができる。また  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の3成分からなる磁界分布からも同様に固有パターンを得ることができる。ここでは低解像度磁界分布画像から高解像度磁界分布画像を再構成・認識する問題を通じて磁界分布の固有パターンの有用性を検証する。

## 1. まえがき

現代の電気電子工学においては、高周波数で動作する電子機器から放射される電磁界を考慮して設計を行わなければならない。特に、携帯電話やパーソナルコンピュータなどの機器は数多くの半導体素子で電子回路が高度に集積されており、その高度な集積化のために電子機器の検査、不良部位の特定は困難となっている。本研究は磁界を利用した非破壊検査法の一手法を提案するものである。

自然界の多くは、パネの固有振動数等に代表される固有の特性をもつ。それに対し完全な人工構築物であるコンピュータグラフィックスでは、自然界の固有値に相当する画像の不変量が存在するのだろうか。画像情報は、人間の視覚情報処理能力を前提とした場合、画像中の不変量を感じし、認識することが可能である。機械に、画像中の不変量を感じさせることが可能であれば、その延長線上に存在する認知も可能であろう。本論文では、画像中の不変量を自然界の固有値へ対応させ、固有パターンと呼ぶこととする。この固有パターンが完全に抽出可能であれば、人間の視覚情報処理能力を必要とする多くの作業が機械で処理可能な形態へ変わるであろう。

計算機のスクリーン( $x, y$  直交座標)上に表現される画像データは、通常、 $x, y$  直交座標上の赤(R)、緑(G)そして青(B)画素成分から構成される。このため、画像は画像を構成する画素数、画像の  $x, y$  座標上の位置・角度などのハードウェアに依存する成分を持つ。このようなハードウェアに依存する性質を削減し、画像本来の性質を抽出する方法として、R, G, B 直交座標を考え、この3次元直交座標上へ  $x, y$  座標上の原画像を投影することで、画像の固有パターンを抽出する方法を提案する。このようにして導出された画像の固有パターンの具体的な応用例として、低解像度画像から高解像度原画像を再現する画像の再構成問題を取り上げる。

本論文では、固有パターンを磁界分布に適用するにあたり、磁界の  $x, y, z$  成分をそれぞれ赤(R)、緑(G)、青(B)に対応させてカラーイメージとして磁界分布を表現する。

## 2. 画像の固有パターン

### 2.1 画像の固有パターン

ここでは、画像から固有パターンを抽出する概念を述べる。コンピュータグラフィックスで表現される画像は、スクリーンの  $x, y$  直交座標上の R, G, B 画素の組み合わせである。すなわち、 $m, n$  をそれぞれ、 $x, y$  方向の画素数とすれば

$$\begin{aligned} \text{image} &\in \text{pixel}_{i,j}, \\ \text{pixel}_{i,j} &\in f_r(x_i, y_j), f_g(x_i, y_j), f_b(x_i, y_j) \end{aligned} \quad (1)$$
$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(1)式で、 $f_r, f_g, f_b$  はそれぞれ、R, G, B 成分を与える関数であり、(2)式の条件を満足する。

$$\begin{aligned} 0 &\leq f_r(x_i, y_j) \leq 1, \\ 0 &\leq f_g(x_i, y_j) \leq 1, \\ 0 &\leq f_b(x_i, y_j) \leq 1, \end{aligned}$$
$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

(1)式で、画像は画素の集合で表現され、画素は  $x, y$  座標の関数で表現されるが、R, G, B 直交座標系を考え、この3次元直交座標上で画像が表現されるとしよう。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{image} &\in g(r_o, g_p, b_q) \\ r_o &\in f_r(x_i, y_j) \\ g_p &\in f_g(x_i, y_j) \\ b_q &\in f_b(x_i, y_j) \end{aligned} \quad (3)$$
$$o = 1, 2, \dots, R, \quad p = 1, 2, \dots, G, \quad q = 1, 2, \dots, B,$$
$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(3)式の形で画像は表現できる。ここで、(3)式中の、 $o, p, q$  はそれぞれ、R, G, B を最大値とする整数である。また、関数  $g(r_o, g_p, b_q)$  は

$$0 \leq |g(r_o, g_p, b_q)| \leq 1, \quad (4)$$

$$o = 1, 2, \dots, R, \quad p = 1, 2, \dots, G, \quad q = 1, 2, \dots, B$$

を満足するものとする。ここでは、関数  $g(r_o, g_p, b_q)$  の初期値はすべてゼロとし、座標値  $(r_o, g_p, b_q)$  が与えられる毎に関数値は

$$g(r_o, g_p, b_q) = g(r_o, g_p, b_q) + 1 \quad (5)$$

と加算され、すべての座標値について投影が終了した時点で、(4)式を満足する形へ最大値で正規化する。図1に画像を  $x, y$  直交座標系から  $R, G, B$  直交座標系への投影する概念を示す。

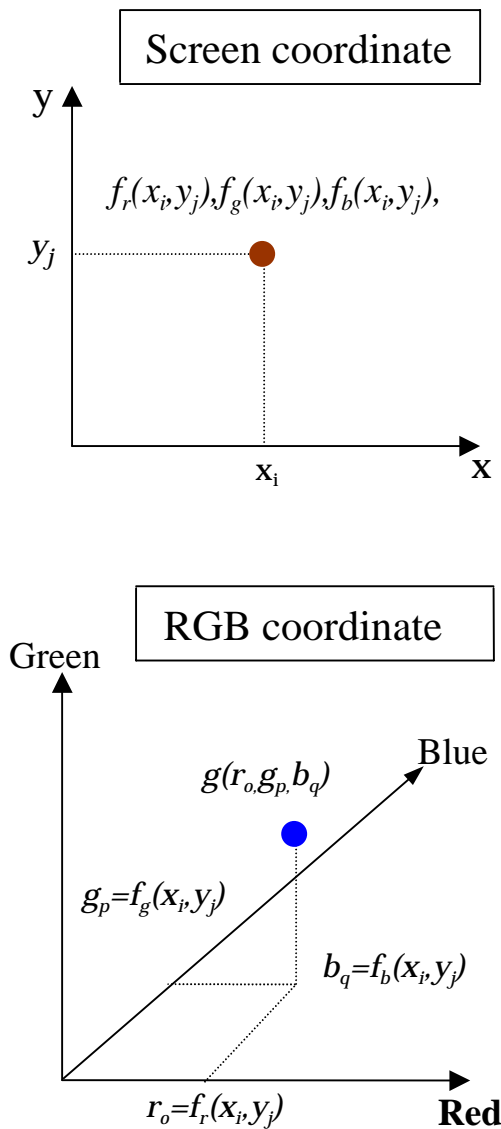


図1 固有パターン概念図

## 2.2 磁界分布の可視化

固有パターン抽出の概念を磁界分布へ適用するため、磁界分布を可視化することを考える。磁界の分布が  $x, y, z$  方向3成分について得られている場合、それら、 $x, y, z$  方向成分をそれぞれ赤 (R) 緑 (G) 青 (B) 成分に対応させることで画像として表現することができる。この場合、(2)式の条件を満たすよう各成分の最大値を1に正規化する必要がある。磁界の  $x, y, z$  方向成分、およびそれらを各色の成分とした画像を図2に示す。この得られた画像から固有パターンを抽出する。

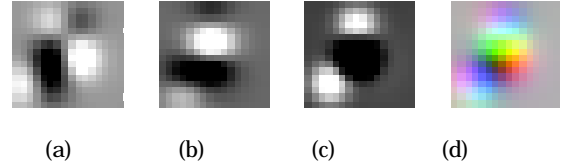


図2 磁界の各成分と得られた画像  
(a) x方向成分 (b) y方向成分  
(c) z方向成分 (d) カラーイメージ

## 3. 画像のシステム方程式

本稿では、固有パターンの応用例として、低解像度画像から高解像度画像を再現する画像の再構成、認識問題を解くために、最小自乗法を用いる[1]。

### 3.1 入力ベクトル

各成分それぞれ  $R, G, B$  を最大値とする入力画像の固有パターン  $E_T$  を考える。

$$E_T \in g_T(i, j, k) \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, R, \quad j = 1, 2, \dots, G, \quad k = 1, 2, \dots, B$$

このとき、入力ベクトル  $Y$  は、それらの要素を一列に並べた、長さ  $R \times G \times B$  の列ベクトルとなる。

$$Y = [g_T(1,1,1), g_T(2,1,1), \dots, g_T(R,1,1), g_T(1,2,1), g_T(1,3,1), \dots, g_T(1,G,1), g_T(1,1,2), g_T(1,1,B), \dots, g_T(1R,G,B-1), g_T(R,G,B)]^T \quad (7)$$

### 3.2 システム行列

$p$  個からなるデータベース画像の固有パターンを考える。

$$C_D^{(n)} \in g_D^{(i)}(i, j, k) \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, R, \quad j = 1, 2, \dots, G, \quad k = 1, 2, \dots, B, \quad n = 1, 2, \dots, p$$

(7)式と同様に、システム行列の  $n$  番目のベクトルは(9)式で与えられる。

$$\mathbf{d}^{(i)} = [g_D^{(i)}(1,1), g_D^{(i)}(2,1), \dots, g_D^{(i)}(R,1), \\ g_D^{(i)}(1,2), g_D^{(i)}(1,3), \dots, g_D^{(i)}(1,G), g_D^{(i)}(1,1,2), g_D^{(i)}(1,1,B), \dots, \\ g_D^{(i)}(1R,G,B-1), g_D^{(i)}(R,G,B)]^T \quad (9)$$

結局、システム行列  $D$  は(10)式で与えられる。

$$D = [\mathbf{d}^{(1)}, \mathbf{d}^{(2)}, \dots, \mathbf{d}^{(p)}] \quad (10)$$

### 3.3 システム方程式

一般的な線形システムにおいて、システム方程式は(11)式のように書くことができる。

$$\mathbf{Y} = D\mathbf{X} \quad (11)$$

通常、データベース数  $p$  よりも、固有パターンの要素数、すなわち  $R \times G \times B$  の方が大きいので、システム行列は縦長となり、最小自乗法を適用することができる[2]。

最小自乗法をもちいて、解ベクトル  $\mathbf{X}$  は(12)式で求めることができる。

$$\mathbf{X} = [D^T D]^{-1} D^T \mathbf{Y} \quad (12)$$

### 3.4 画像の再構成

(11)式のシステム方程式は、入力画像の固有パターンが、解ベクトル  $\mathbf{X}$  の要素を重みとしたデータベース画像の固有パターンの線形結合で表すことができることを意味する。固有パターン空間で得られた解ベクトル  $\mathbf{X}$  ( $w_1, w_2, \dots, w_p$ ) を用いて、画像の再構成を行う。再構成画像  $V$  は、データベース画像を  $C$  として(13)式で与えられる。

$$V_i = \sum_{i=1}^p w_i C^{(i)} \quad (13)$$

もし、解ベクトルの第 1 番目の要素  $w_1$  が 1 で他の要素が全て 0 ならば、再構成された画像はデータベースの 1 番目の画像と同一であることを意味する。

## 4. 画像の再構成

### 4.1 データベース画像

ここでは、実際に磁界分布の画像に最小自乗法を適用する。図 3 は、シミュレーション及び実験から得られた、データベースとなる 10 個の磁界分布を示す。解像度は  $16 \times 16$  画素である。図 3 の画像から抽出された固有パターンを並べて最小自乗法におけるシステム行列を作成する。

### 4.2 入力画像

図 4 には、図 3 のデータベース画像から作成した入力画像を示す。No.10 の画像だけは、データベース画像と同一であるが、他の画像は縦方向もしくは横方向に圧縮してあり、回転操作を加えたものもある。No.1 の画像は  $8 \times 8$  画素まで縮めている。これらの画像から固有パ

ターンを抽出し入力ベクトルとする。これらは、測定間隔の粗い実験で得られる磁界分布を想定している。

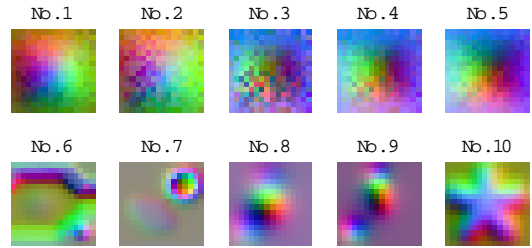


図 3 データベース画像 16×16 画素

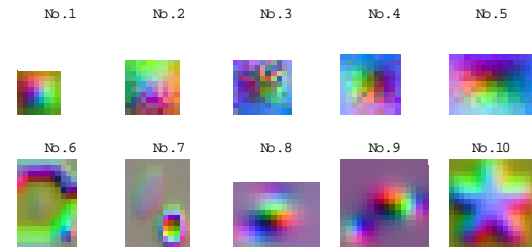


図 4 入力画像

### 4.3 最小自乗法

データベース画像、入力画像から、(12)式を用いて解ベクトル  $\mathbf{X}$  を求め、(13)式により、画像の再構成を行う[3]。再現された画像を図 5 に示す。

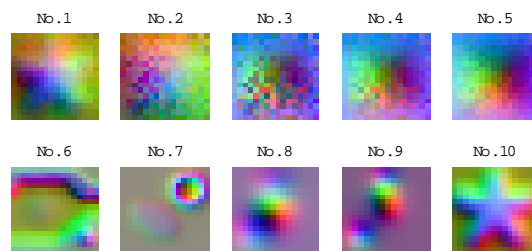


図 5 再現された画像

また、得られた画像の妥当性を吟味するために、それぞれの解ベクトルの要素を図 6 に示す。図 5 における No.1 の画像を見てみると、微妙に星型の模様が確認できるが、図 6 の No.1 の解ベクトルを見ると No.10 の画像の影響を受けていることがわかる。他の画像については、図 3 と同等の再現性を得ることができた。特に、No.5 ~ No.10 の画像については、正解の画像の番号がほぼ 1、他が全て 0 となっており、完全に再現されていることが

わかる。No.1~No.4 については、見た目では再現されているものの、解ベクトルの要素の最大値はかなり他と比較して小さい。これは正解の画像の画素数  $16 \times 16$  に対して、 $8 \times 8$  もしくは  $11 \times 11$  と情報の欠落が大きいためと考えられる。また、解ベクトル中で最大値をとる画像を選べば、正解の画像である。

## 5. まとめ

本論文では、画像を構成する画素数、画像のスクリーン  $x, y$  座標上の位置・角度などのハードウェアに依存する性質を削減するため、カラー画像の赤、緑、青の各成分が構成する R, G, B 直交座標を考え、この 3 次元直交座標上へ  $x, y$  座標上の原画像を投影することにより画像の固有パターンを抽出する方法を提案した。固有パターンの具体的応用として、低解像度磁界分布から高解像度の磁界分布を再構成（認識）する問題を最小自乗型逆問題として解いた。その結果、画像の固有パターンは画像の画素数、及び位置・角度に対する依存性を大幅に削減した画像本来の情報を有すること示した。

## 参考文献

- [1] 若林健一、早野誠治、斎藤兆古、國井利泰 著「画像の固有パターンと画像認識への応用」、第 27 回 可視化情報シンポジウム講演論文集 1999 年 7 月
- [2] G.Strang, "Linear Algebra and its Applications", 1976, Academic Press, Inc.
- [3] 高橋広幸、早野誠治、斎藤兆古、國井利泰 著「データベース型逆問題解析法へのウェーブレット変換応用」、第 27 回 可視化情報シンポジウム講演論文集 1999 年 7 月

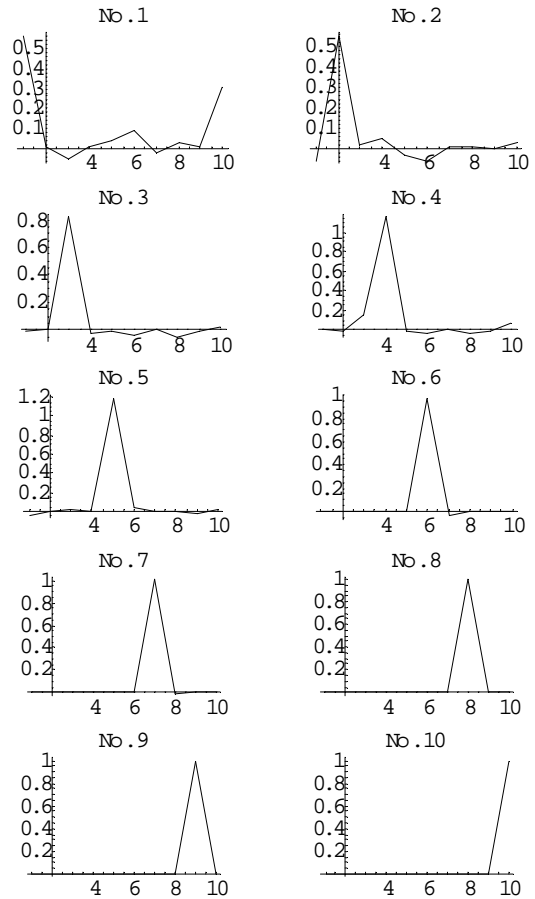


図 6 解ベクトルの要素

キーワード.

固有パターン、画像認識、磁界分布

-----

Summary.

## **The Eigen pattern of graphics and its application to the magnetic field distributions**

Kenichi Wakabayashi    Seiji Hayano    Yoshifuru Saito    Toshiyasu L. Kunii  
College of Engineering, Hosei University

Kiyoshi Horii  
Shirayuri Women's College

Masatake Sakuma  
TOSHIBA Co.ltd

A new concept is introduced to extract the essential and distinct characteristics of the magnetic field distributions. A key idea is to introduce the eigen patterns, which represents the characteristics of magnetic fields independent of their resolutions and space position. We apply the notion of eigen patterns to magnetic fields recovery with high resolution. As a result, we have succeeded in recovering and identifying the all magnetic field distributions.

Keywords.

Eigen pattern, Image identification, Magnetic field distribution