

最小自乗法による電流分布推定

高橋 広幸、早野 誠治 斎藤 兆古、國井 利泰
法政大学 工学部

澤田 彰
(株)東芝

現代の電気電子デバイスではプリント基板形配線が広汎に使われている。電子デバイスを解体せずに内蔵されたプリント基板の電流分布を可視化することができればデバイスの検査や、EMC 問題を検証する上で重要な役割を果たす。

本論文には局所的に測定した磁界分布からプリント基板の電流分布を推定する方法を提案する。磁界を利用した電流の可視化は不適切な逆問題を解かなければならない。本論文では最小自乗法を用いることで信頼性の高い非破壊検査方法を提案する。

1. はじめに

電子デバイスの製造技術の急速な発展に伴い、信頼性・性能が飛躍的な向上を遂げている。電子装置のコンパクト化・スリム化を実現するため、プリント基板形配線が広汎に使われている。

プリント基板の電流の可視化は、メンテナンスや、検査、電子デバイスの EMC 問題を検討するにあたり非常に重要かつ有用である。その電流情報を装置・デバイスを解体、または破壊せずに求めるためには逆問題を解かなければならない。

逆問題とは一般的に不適切な線形システムを解くことに帰する。不適切な線形システムとは解が一意的に求まらないか、解が存在しないものであり、逆問題解析は何らかの拘束条件を適用して不適切問題の近似解を導くものである。

本論文においては、逆問題のシステム行列は単位ループ電流モデルによる磁界分布から導かれ、入力ベクトルは測定磁界分布から構成される。解は単位電流ループの重み係数を要素とするベクトルになる。磁界はベクトル量であり、デバイスを囲んでいる多くの絶縁物を透過するため、容易に測定ができる。また、ノートパソコン等に代表される近年の装置のスリム化によりデバイスの測定面とプリント基板との距離が非常に縮まりデバイス表面からプリント基板への二次元電流分布推定が可能になる。

システム行列の行数は磁界の測定点数に、列数は仮定した単位ループの個数に比例するためシステム行列は、縦長の長方形行列になり、単純な逆行列演算を適用することができない。本論文ではシステム方程式の近似解を得る方法として最小自乗法を適用する。その結果、良好にプリント基板の電流分布情報が得られることを報告する。また、本論文の手法はシミュレーションと実験から非破壊検査においても非常に有用であることもあわせて報告する。

2. 逆問題的電流分布推定

2.1. 単位ループ電流モデル

単位ループ電流モデルは電流が分布する測定対象導体

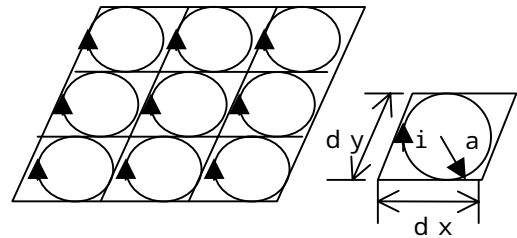


図 1 . Fig.1. 単位ループ電流モデル

を図 1 に示すように $m \times m$ 個の微小長方形に分割し、それぞれの微小長方形中にループ電流を $C_{m \times m}^{(k)}$ として仮定する。

$$C_{m \times m}^{(k)} \in u(x_i, y_j) \\ i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, m \times m \quad (1)$$

(1) 式の $u(x_i, y_j)$ 関数は仮定した対象導体表面の (x_i, y_j) 点においてのみ 1 の値をとる。

2.2. システム方程式

2.2.1. 問題の概要

本稿における逆問題はプリント基板上を測定した磁界分布からその表面に流れる電流分布を推定することである。単位ループ電流モデルを仮定し、表面電流分布を微小ループ電流に離散化する。それぞれのループ電流に起因する磁界分布をベクトル化して構成されるシステム行列から線形システムを導く。推定される 2 次元の表面電流分布は線形システムの解を重み係数としたループ電流の線形結合で与えられる。

2.2.2 . 入力ベクトル

プリント基板上で測定した $n \times n$ 箇所の磁界分布 $H_{n \times n}$ は(2)式で表される。

$$H_{n \times n} \in f_x(x_i, y_j), f_y(x_i, y_j), f_z(x_i, y_j) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

(2)式で、 f_x, f_y, f_z 関数は $x-y$ 座標軸の (x_i, y_j) 点における $x-, y-, z-$ 方向の 3 成分の磁界分布要素を表している。

(2)式で与えられる磁界分布を(3)式のように列ベクトルに並び変えることにより $3 \times n \times n$ 次の入力ベクトル \mathbf{Y} を作成する。

$$\mathbf{Y} = [f_x(x_1, y_1), f_x(x_2, y_1), \dots, f_x(x_n, y_1), f_x(x_1, y_2), f_x(x_2, y_2), \dots, f_x(x_n, y_2), \dots, f_x(x_{n-1}, y_n), f_x(x_n, y_n), f_y(x_1, y_1), f_y(x_2, y_1), \dots, f_y(x_n, y_1), f_y(x_1, y_2), f_y(x_2, y_2), \dots, f_y(x_n, y_2), \dots, f_y(x_{n-1}, y_n), f_y(x_n, y_n), f_z(x_1, y_1), f_z(x_2, y_1), \dots, f_z(x_n, y_1), f_z(x_1, y_2), f_z(x_2, y_2), \dots, f_z(x_n, y_2), \dots, f_z(x_{n-1}, y_n), f_z(x_n, y_n)]^T \quad (3)$$

2.2.3 . システム行列

単位ループ電流モデルをプリント基板上に仮定する。それぞれのループ電流 $C_{m \times m}^{(k)}$ に起因する $n \times n$ 箇所の磁界分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ は

$$D_{n \times n}^{(k)} \in G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j) \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m \times m$$

で表される。 $G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j)$ は、 (x_i, y_j) 点におけるループ電流の影響を $x-, y-, z-$ 、3 方向の磁界成分に変換するグリーン関数を示している。 k -番目のループ電流による磁界分布は(5)式に示すようにシステム行列を構成する列ベクトルに並び変えて与えられる。

$$\mathbf{d}^{(k)} = [G_x(x_1, y_1), G_x(x_2, y_1), \dots, G_x(x_n, y_1), G_x(x_1, y_2), G_x(x_2, y_2), \dots, G_x(x_n, y_2), \dots, G_x(x_{n-1}, y_n), G_x(x_n, y_n), G_y(x_1, y_1), G_y(x_2, y_1), \dots, G_y(x_n, y_1), G_y(x_1, y_2), G_y(x_2, y_2), \dots, G_y(x_n, y_2), \dots, G_y(x_{n-1}, y_n), G_y(x_n, y_n), G_z(x_1, y_1), G_z(x_2, y_1), \dots, G_z(x_n, y_1), G_z(x_1, y_2), G_z(x_2, y_2), \dots, G_z(x_n, y_2), \dots, G_z(x_{n-1}, y_n), G_z(x_n, y_n)]^T \quad (5)$$

よって、 $3 \times n \times n$ 行 $m \times m$ 列のシステム行列 D が得られる。

$$D = [d^{(1)}, d^{(2)}, \dots, d^{(m \times m)}] \quad (6)$$

2.2.4 . システム方程式

システム方程式は(7)式に示すように表される。

$$\mathbf{Y} = D\mathbf{X} \quad (7)$$

(3)式による入力ベクトルと(6)式によるシステム行列を代入したシステム方程式より導かれる解ベクトル \mathbf{X} は、 $m \times m$ 次になる。

(6)式のシステム行列の式の数 $3 \times n \times n$ が、未知の数 $m \times m$ よりも常に多い場合、縦長の長方形列になる。この場合、すべての式を満足する解が得られるとは限らない。このような不適切問題の近似式を与える方法として従来の最小自乗法が適用できる。

$$\mathbf{X} = [D^T D]^{-1} D^T \mathbf{Y} \quad (8)$$

2.2.5. 電流の推定

(8)式より導かれた解ベクトル \mathbf{X} を(1)式で示す微小ループ電流のそれぞれの重み係数とすると、推定される電流分布 $V_{m \times m}$ は(9)式で与えられる。

$$V_{m \times m} = \sum_{i=1}^p w_i C_{m \times m}^{(i)} \quad (9)$$

3. 例題

3.1. シミュレーション

3.1.1. 単位ループ電流による磁界

単位ループ電流 $C_{m \times m}^{(k)}$ の $k = 1, 11, 201, 211, 381, 391$

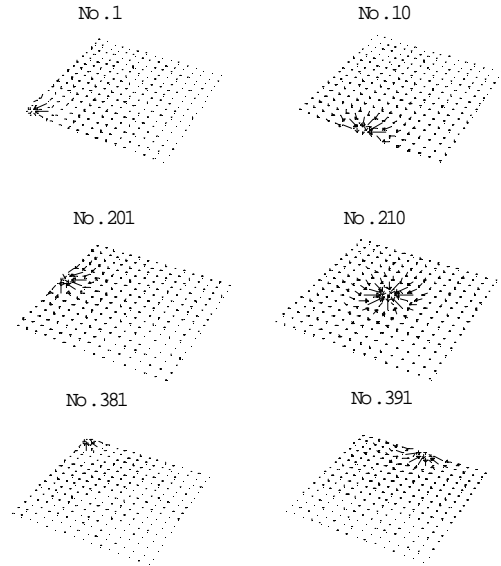


図 2 . Fig.2. 単位ループ電流による磁界分布の例

に起因するプリント基板上の磁界分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ の例を図 2

に示す。

この例題においては $m=20$ 、 $n=16$ とした。そのため $3 \times n \times n = 768$ 個の磁界分布要素から、 $m \times m = 400$ 個のループ電流を推定することとなる。

3.1.2. 測定磁界分布

図3にノートパソコンのキーボード表面を想定した磁界分布のモデルを示す。

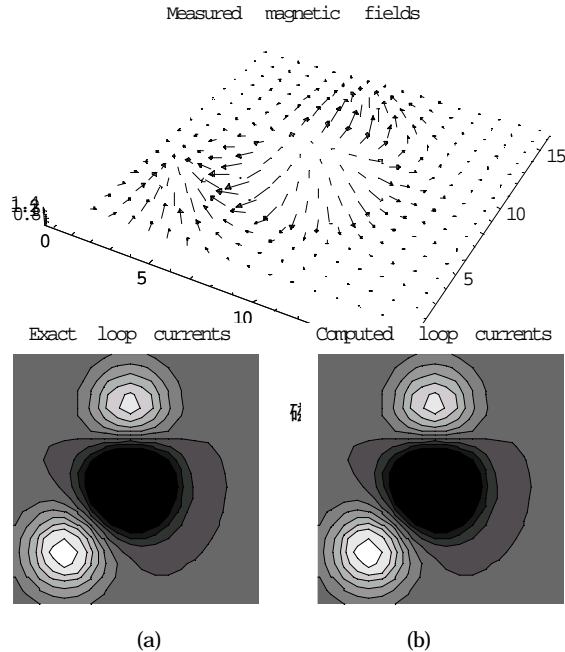


図5. Fig.5 (a) 正解 (b) 計算結果のループ電流分布

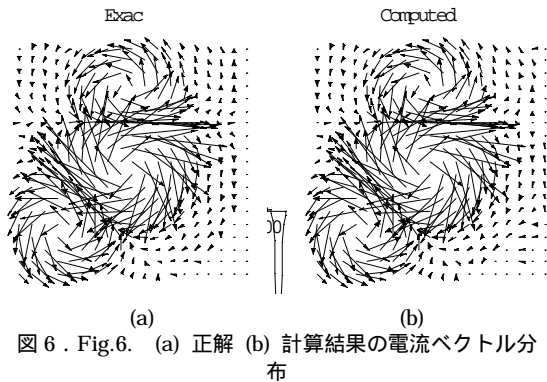


図6. Fig.6. (a) 正解 (b) 計算結果の電流ベクトル分布

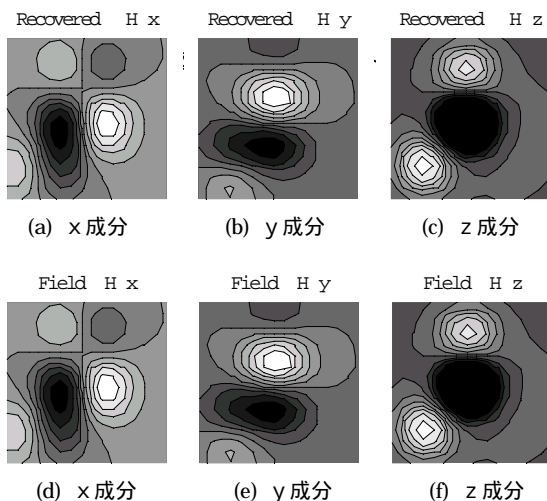


図7. Fig.7. (a) (c)計算結果 (d)-(f) 正解の磁界分布

3.1.3. 最小自乗法

図3の磁界分布から(3)式による入力ベクトル \mathbf{Y} と、図2で示したループ電流による磁界分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ から(5)、(6)式を用い $3 \times n \times n = 768$ 行 $m \times m = 400$ 列のシステム行列から導いた最小自乗法の解ベクトル \mathbf{X} を図4に示す。

3.1.4. 電流推定

(9)式より得られたプリント基板上のループ電流分布を、モデル分布と共に図5に示す。

図6には図5で示すループ電流分布に回転演算を施すことにより得られる電流ベクトル分布の計算結果と正解の分布を示す。両者の電流ベクトルを比較するとわずかなが異なる箇所がある。しかし主要な電流ベクトルは計算結果と正解の分布が一致している。

図7では入力として与えた磁界分布と最小自乗法による計算結果の磁界分布との比較をしている。これからもわかるように最小自乗法による我々の推定方法は非常によい結果を与えていることが確認できる。

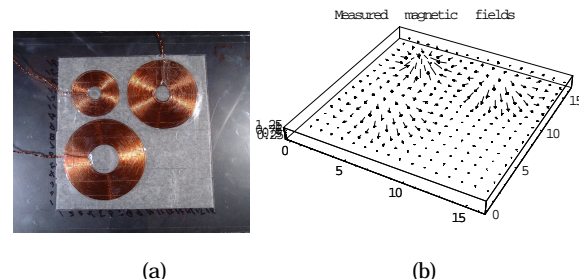


図8. (a) プリント基板 (b) 磁界測定結果

3.2. 実験結果

3.2.1. 測定磁界分布

シミュレーション結果を検証するため、実際にコイルを用いた簡単なプリント基板を想定した実験を行った。測定したコイルを図8に示す。この基板の x 、 y 、 z 方向の磁界成分を測定した。

3.2.2. 電流推定

図8の実験の測定結果から最小自乗法を用いた電流分布結果を図9に示す。

この実験結果からも、最小自乗法は良好な結果を与えることがわかる、よってプリント基板上の電流分布の推定が本論文の手法である程度可能と考えられる。

4. まとめ

本論文では電子デバイス近傍の磁界測定からプリント基板の表面電流を推定する方法として、最小自乗法を用いた逆問題的手法を提案した。シミュレーション、検証実験、いずれにおいても本論文で提案する方法は良好な結果を与えることが判明した。その結果、電子デバイスの回路診断技術として本論文の手法は有用と考えられる。

参考文献

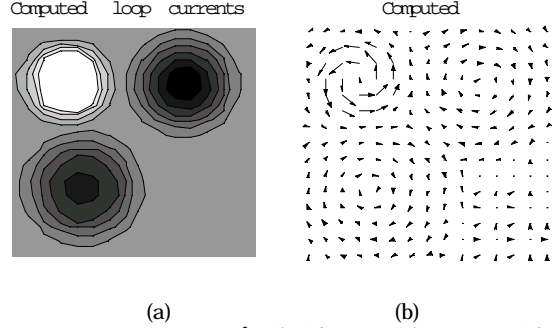


図9. Fig.9. (a) ループ電流分布 (b) 電流ベクトル分布

[1] T.Do, S.Hayano and Y.Saito, "Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching", Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, April, 1996, pp.5214-5216

[2] T.Do, S.Hayano, I.Marinova, N.Ishida and Y.Saito, " Defect recognition in conductive materials by local magnetic field measurement," Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, May, 1994, pp.5907-5909.

[3] Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Do, S.Hayano and Y.Saito, " Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor ", IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-33, No.5, Sep.,1997, pp.4008-4010.

[4] G.Strang, " Linear Algebra and its Applications ", 1976, Academic Press, Inc.

キーワード.

電磁界分布、非破壊検査、プリント基板、最小自乗法

Summary.

Currents Estimation By Least Squares

Hiroyuki Takahashi Seiji Hayano Yoshifuru Saito. Toshiyasu L. Kunii
College of Engineering, Hosei University

Akira Sawada
Toshiba

Modern electronics are always composed of the printed circuit board (PCB). When the currents on the PCB are visualized without decomposing the electronics, then the testing and inspecting of the electronics are carried out in an extremely efficient manner.

This paper proposes one of the methodologies to visualize a current distribution on the PCB from the locally measured magnetic fields. The current visualization from the magnetic fields is always reduced into a solution of the ill-posed inverse problems. This paper reveals that conventional least squares gives a reasonable solution of the inverse problem. Thus, we have succeeded in realizing a nondestructive testing methodology with high reliability.

Keywords.

Magnetic Fields, Nondestructive Testing, Printed Circuit Board, Least Squares.