

# 3次元電磁界分布可視化に関する研究

## - 支配的磁界分布の抽出法 -

宮原 晋一郎、早野 誠治、齋藤 兆古  
法政大学工学部電気電子工学科

本論文では電子機器近傍の電磁界分布を可視化する一方法を提案する。まず最初に、局所的に測定された磁界から磁界源分布を逆問題的手法で推定する。次に、推定された磁界源から電子機器近傍の磁界分布を計算し可視化する。最後に3次元ウェーブレット変換を用いて主要な磁界分布を抽出する。

### 1. はじめに

半導体技術の発展は、電気・電子機器の小型軽量化のみならず、インテリジェント化を可能とし、爆発的な電気・電子機器の普及をもたらした。その結果、高周波で駆動される電気・電子機器は生産設備のみならず家電機器まで普及し、家庭、事務所、工場、その他あらゆる場所でパソコン、ファックス、携帯電話、空調機器、照明機器等の多くの電気・電子機器が設置され、必要不可欠な文明の利器として活用されている。それらの電気・電子機器が空間を占める密度は、従来想定不可能な密度である。この意味で、人工的な空間はあらゆる周波数の電磁界で満たされている。この過酷な電磁環境中でも、電気・電子機器は誤動作をすることなく円滑にそれらの機能を発揮しなければ、人類の文明生活が維持できない状況に至っている。また、あらゆる周波数の電磁界で満たされた空間の中で人類は生活を強いられている状況である。電気・電子機器に対してだけでなく人類に対しても可能な限り、高周波の電磁界が分布しない自然な空間が望ましいことは言うまでもない。

筆者らは、このような状況に鑑み、電気・電子機器間の相互干渉による誤動作防止技術、および人工空間中における磁界削減の基礎となる電気・電子機器の周辺電磁界分布可視化システム開発に必要な基礎理論と基礎検証実験について検討してきた。

本論文では、励磁コイル上に鉄板を配置し、鉄板に流れる渦電流を計算によって求める。また、渦電流に起因する磁界を測定することで周辺に及ぼす影響を可視化する。次に、実験で得られた渦電流と磁界分布を多次元ウェーブレット変換することで、支配的磁界分布と磁界源を抽出する[1]。

### 2. 電流分布計算

#### 2.1 直接逆行列法

ここでは図1に示すように、ある平面導体に分布する電流密度  $J$  を平面導体上の磁界  $H$  を測定することによって求める問題を考える。

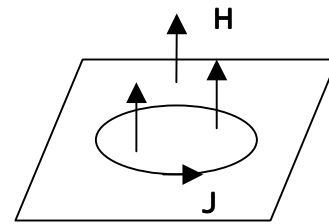


図1. ループ電流  $J$  と磁界  $H$

変位電流密度  $\partial D / \partial t$  が無視できる系で電流密度  $J$  は磁界  $H$  と次式で関係づけられる。

$$\mathbf{x} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

従って、電流密度  $J$  は必ず次式を満足しなければならない。

$$\mathbf{div} \mathbf{x} \mathbf{H} = \mathbf{div} \mathbf{J} = 0 \quad (2)$$

(2) 式の関係はキルヒホッフの節点則と等価であり、電流密度を面積について積分したある点に流入する電流  $i$  は流出電流と等しいことを意味する。(2) 式を自動的に満足する電流の一例は図1に示す環状に循環するループ電流  $i$  である。これは環状導体の何れの部分でも必ず入る電流と出る電流が等しいことに起因する。ここでは推定される電流が図2に示すループ電流でモデル化されると仮定する。

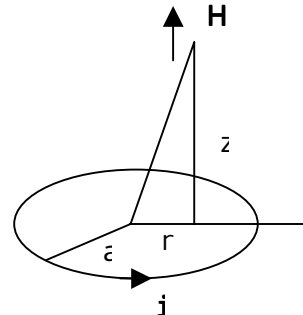


図2. ループ電流  $i$  の作る  $z$  軸方向の磁界  $H$

図2のループ電流  $i$  が与える  $z$  軸方向の磁界  $H$  は (3a) 式で与えられる。これはループ電流  $i$  が与えられれば、ループの中心からループ面に沿った距離  $r$ 、ループ面からの高さ  $z$  における法線方向磁界  $H$  がアンペアの法則と同様に (3) 式で計算できることを意味する。

$$H = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right] \left[ \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(\kappa) + K(\kappa) \right] \quad (3a)$$

$$\kappa^2 = \frac{4ra}{(r+a)^2 + z^2} \quad (3b)$$

図1のループ電流を微小ループ電流モデルに置き換える。電流の分布する対象導体を図3に示すように微小長方形に分割し、分割された微小長方形中に電流ループを仮定する。

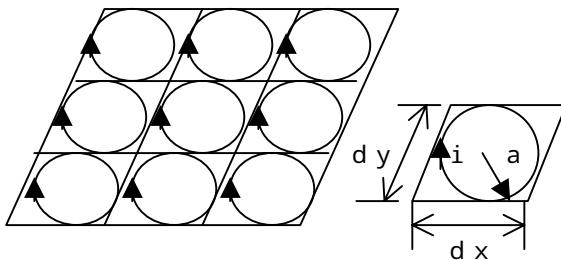


図3. 微小ループモデルの考え方

図3の微小長方形中を循環する電流を同図中に示す円形ループで置き換える。円形ループの半径は (4) 式によって決める。(4) 式で決まるループ半径  $a$  は微小長方形で縦横比が等しい正方形に内接する円を意味する。この場合、問題対象全体を通して各正方形の中心とモデルループの中心が一致し、最も良い近似となる。縦横比が異なる微小長方形では、各長方形の中心と (4) 式で決まる半径を持つループの中心を一致させることから問題全体の形状を正方形に変形して考えることになる。従って、ループ電流分布モデルを適用する場合、分割された微小領域は正方形とすべきである。これは、例えば問題対象が長方形の場合、縦と横で分割数を変えることで実現される。

$$a = \sqrt{\left(\frac{dx}{2}\right)\left(\frac{dy}{2}\right)} \quad (4)$$

導体上の磁界測定点と各ループの中心が一致するように対象を分割しループ電流モデルを適用すると、システム方程式は次のように与えられる。

$$X = DY \quad (5a)$$

または

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (5b)$$

$X$ ,  $Y$ ,  $D$  はそれぞれ測定磁界を要素とするベクトル、ループ電流の振幅を要素とするベクトル、そして (3) 式から得られる係数を要素とするシステム行列である。

システム行列  $D$  の逆行列を求めることが可能であれば、各ループ電流が計算できる。ループ電流は閉じた経路を流れているから、隣接するループ電流は差になる。よってループ電流分布の等高線に沿った形で流れていることになる。従って、ループ電流分布に対して回転演算をすることで対象導体上の電流ベクトル分布を得ることができる[2][3]。

## 2.2 基礎実験

### 2.2.1 実験モデル

< a > 励磁コイル 測定面の  $x$ ,  $y$  方向の長さをそれぞれ 20cm、電流分布面の  $x$ ,  $y$  方向の長さもそれぞれ 20cm とする。図4に示すように、通電範囲は内側の半径 2cm から半径 10cm のドーナツ状の部分である。通電電流は 0.1A である。

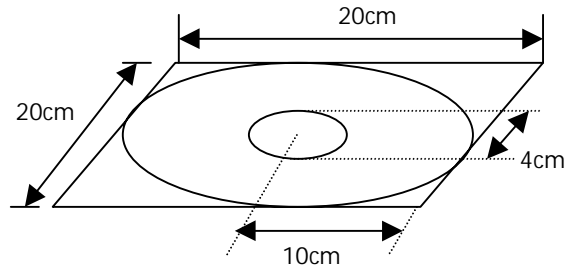


図4. 円形励磁コイル

< b > サーチコイル 円形コイル面に法線方向の磁界を測定するため、図5に示すサーチコイルを作成した。サーチコイルの諸定数を表1に示す。磁界の測定点数は縦・横、共に 10 点とした。したがって、全体の磁界測定点数は  $10 \times 10 = 100$  点である。

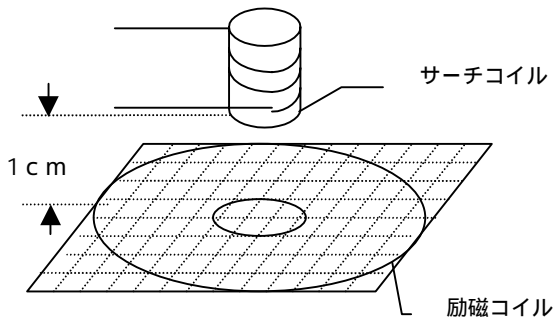


図5. 実験装置の概略図

表1. サーチコイルの仕様

巻き数 (Turn)	半径 (mm)	線の太さ (mm)
90	5	0.2

### 2.2.2 電流ベクトル分布

測定された磁界分布の等高線を図6に示す。色が濃いほうと薄いほうそれぞれ磁界方向の負と正に対応し、紙面の奥から読者方向を正方向としている。図7に直接逆行列法で得られた電流ベクトル分布を示す。

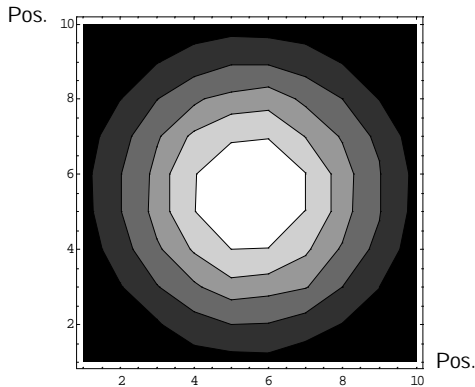


図 6. 測定による磁界分布

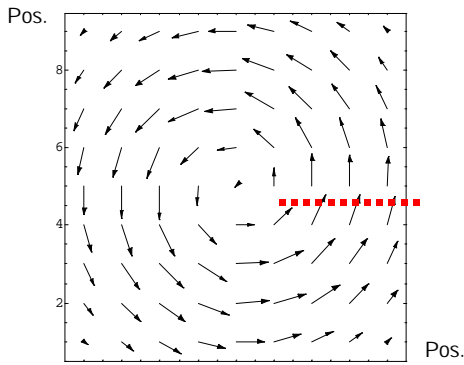


図 7. 電流ベクトルの分布

巻き数 92 回のドーナツ状円形コイルに 0.1[A]の電流を流した場合の法線方向磁界を測定し、この磁界を用いて直接逆行列法から求めた電流ベクトル分布がどの程度妥当であるかを確認した。図 7 は計算によって得られた電流ベクトル分布である。コイルは 0.1[A]で巻き数 92 回であるから、コイルには中心から半径方向の断面に合計 9.2[A]が流れていることとなる。図 7 の半径上にある 4 個の電流ベクトルの和は  $1.84+3.4+3.24+3.11=11.59[A]$  となり、若干大きな値である。電流ベクトル分布は同心円状となり、妥当な結果である。

### 2.2.3 周辺磁界分布

図 7 の電流ベクトルから生ずる周辺磁界分布を図 8 に示す。z 方向の高さは 4 段階である。

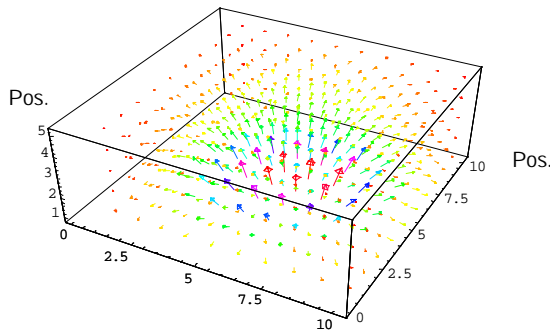


図 8. 周辺磁界分布

## 3. 渦電流分布

### 3.1 渦電流の検証実験

渦電流とは磁束の時間変化によって導体内に生じる渦状の電流である。ここでは、渦電流を実験によって検証する。

#### 3.1.1 実験装置

図 9 に渦電流検証実験の概要図を示す。渦電流測定に用いるターゲットは励磁コイルと同一コイルである。これは、渦電流が流れる経路を限定し、変圧器の 2 次電流として渦電流を模擬するためである。また、本実験で用いるサーチコイルの仕様を表 2 に示す。

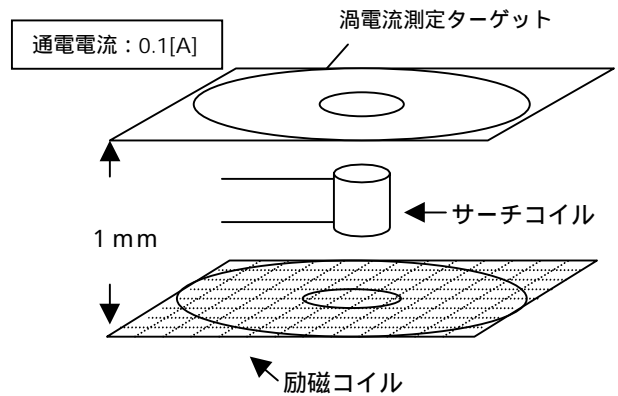


図 9. 渦電流検証実験装置

表 2. サーチコイルの仕様

巻き数 (Turn)	半径 (mm)	線の太さ (mm)
10	2	0.2

#### 3.1.2 励磁コイルによる磁界

図 10 は励磁コイルが発生する磁界分布を示す。

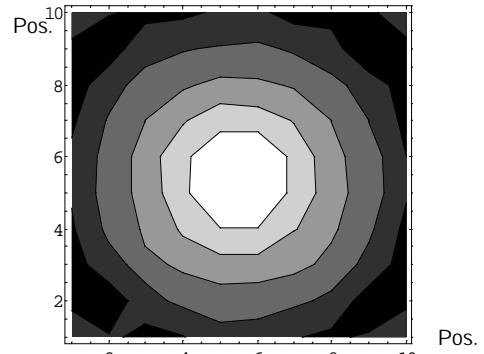


図 10. 励磁コイルが発生する磁界

#### 3.1.3 ターゲットコイルを置いた場合の磁界

図 11 にターゲットとなるコイルを励磁コイル上に設置した場合の磁界分布を示す。この結果から励磁コイルによる磁界がターゲットコイルに流れる誘導電流によって打ち消されていることが判る。

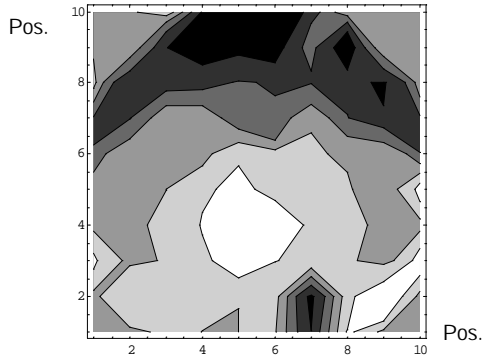


図 11. ターゲットと励磁コイル間の磁界

### 3.1.4 渦電流分布 (誘導電流)

図 10 から図 11 のそれぞれ同一位置の磁界を引き算して得られる磁界分布から直接逆行列表法で求めた電流分布を図 12 に示す。この誘導電流の大きさは 90[mA]であった。励磁コイルに通電させた電流は 100[mA]であったのでほぼ妥当な結果が得られた。残りの  $100 - 90 = 10$ [mA]は漏れ磁束を形成する電流であると考えられる。また、図 13 に渦電流ベクトル分布を示す。

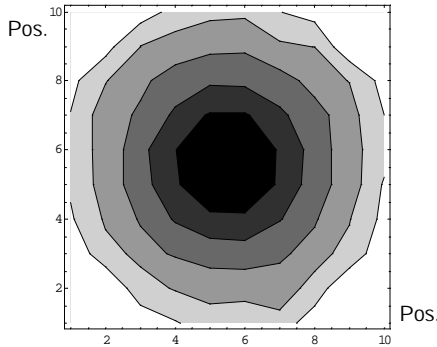


図 12. 検証実験による電流分布

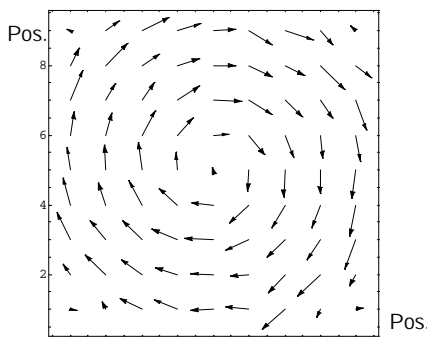


図 13. 検証実験による渦電流ベクトル

## 3.2 鉄板中の渦電流

励磁コイル上に鉄板を配置する。この時、鉄板には励磁コイルから発生する磁界によって誘起された渦電流が流れる。励磁コイルのみの磁界と鉄板を置いた場合の磁界を引き算して渦電流による磁界分布を求める。この磁界分布を用いて渦電流を計算する。

### 3.2.1 実験装置

図 14 は励磁コイル上に鉄板を配置した実験装置の概要である。なお、通電電流は 0.1[A]である。

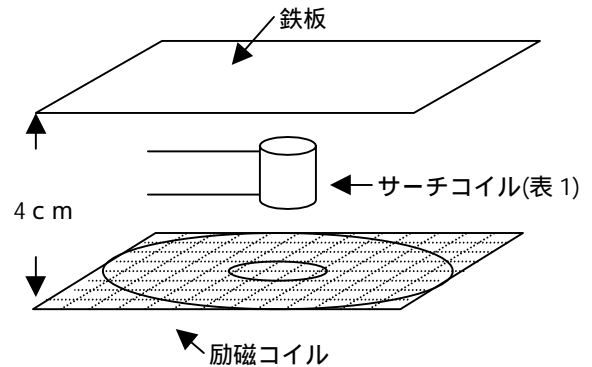


図 14. 鉄板を置いた時の実験装置

### 3.2.2 励磁コイルが発生する磁界

図 15 は励磁コイルが生ずる磁界分布である。なお、図 15 で右上の磁界分布はコイルエンドの影響で乱れている。

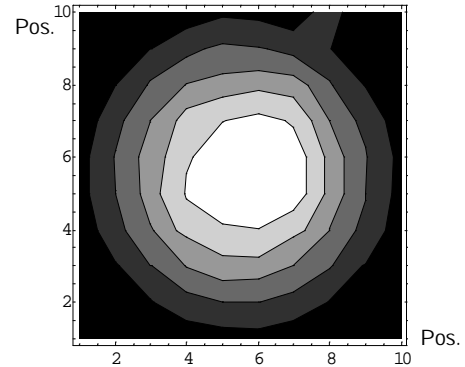


図 15. 励磁コイルが発生する磁界

### 3.2.3 鉄板を置いた場合の磁界

図 16 に鉄板を置いた場合の磁界分布を示す。ここではコイルエンドの影響が削減されている。これは磁束が鉄板に集中するためと考えられる。

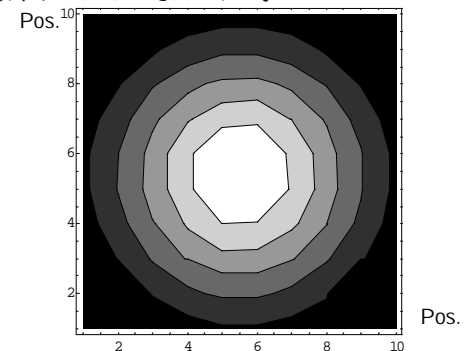


図 16. 鉄板を置いた時の磁界分布

### 3.2.4 渦電流分布

鉄板に生じる渦電流分布、渦電流ベクトル分布を図 17, 18 にそれぞれ示す。図 17, 18 より渦電流が励磁コイルに流れている電流と逆方向に流れていることが確認でき

る。すなわち渦電流は励磁コイルから発生する磁界を打ち消す方向に磁界を発生させている。

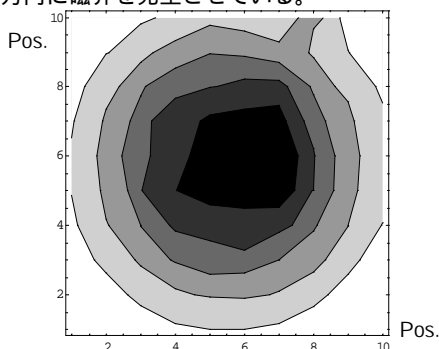


図 17. 渦電流分布

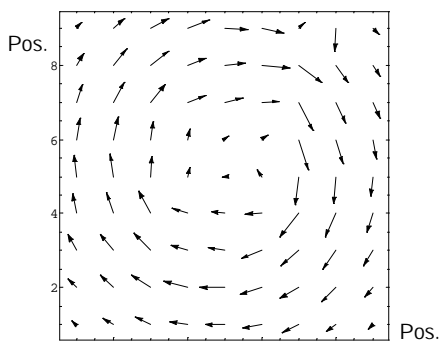


図 18. 渦電流ベクトル

### 4.3 次元ウェーブレット変換

#### 4.1 理論

一般に、3次元のウェーブレット変換は、3次元マトリックスの転置行列を

$$[H_{lmn}]^T = H_{nlm} \quad (6)$$

で表すと、

$$S = [W_l \cdot [W_m \cdot [W_n \cdot H_{lmn}]^T]^T]^T \quad (7)$$

で与えられる。ここで、 $S$ はウェーブレットスペクトラム、 $H$ は $1 \times m \times n$ の直方マトリックス、 $W_l$ 、 $W_m$ 、および $W_n$ はそれぞれ $1 \times 1$ 、 $m \times m$ 、 $n \times n$ のウェーブレット変換マトリックスである。ここで、 $H$ の各要素が $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向の3成分からなるベクトル

$$H = X + Y + Z \quad (8)$$

である時、(7)と(8)式より

$$S = [W_l \cdot [W_m \cdot [W_n \cdot (X + Y + Z)]^T]^T]^T \quad (9)$$

が得られる。ここで $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ はそれぞれ直交するベクトルであるから(9)式は

$$S = [W_l \cdot [W_m \cdot [W_n \cdot X]^T]^T]^T + [W_l \cdot [W_m \cdot [W_n \cdot Y]^T]^T]^T + [W_l \cdot [W_m \cdot [W_n \cdot Z]^T]^T]^T \quad (10)$$

となる。すなわちベクトルデータのウェーブレット変換スペクトラムは各成分のウェーブレット変換スペクトラムを成分とするベクトルである[4]。

### 4.2 主成分抽出

#### 4.2.1 渦電流

図 18 で示した渦電流分布をモデルベクトルデータとする。このベクトルデータについてウェーブレット解析を行う。図 19(b)に示したベクトルデータを成分ごとにウェーブレット変換し、ウェーブレットスペクトラムを求める。ここでは基底関数にドビッシーの2次を使用した。ウェーブレットスペクトラムをベクトルで表示したのが図 19(a)である。ここで、最も支配的なウェーブレットスペクトラムを抽出した結果を図 19(c)、(e)に示す。図 19(a)は $8 \times 8 = 64$ 個のウェーブレットスペクトラムからなるベクトルデータである。図 19(c)、(e)はそれぞれ図 19(a)から2個、13個のウェーブレットスペクトラムを抽出したものである。このウェーブレット・スペクトラムを逆変換して再現されたベクトルデータを図 19(d)、(f)に示す。再現されたデータの再現性は相関係数を用いて評価される。再現性(相関係数)は図 19(d)で0.83、図 19(f)で0.96となり、よい再現性を示している。

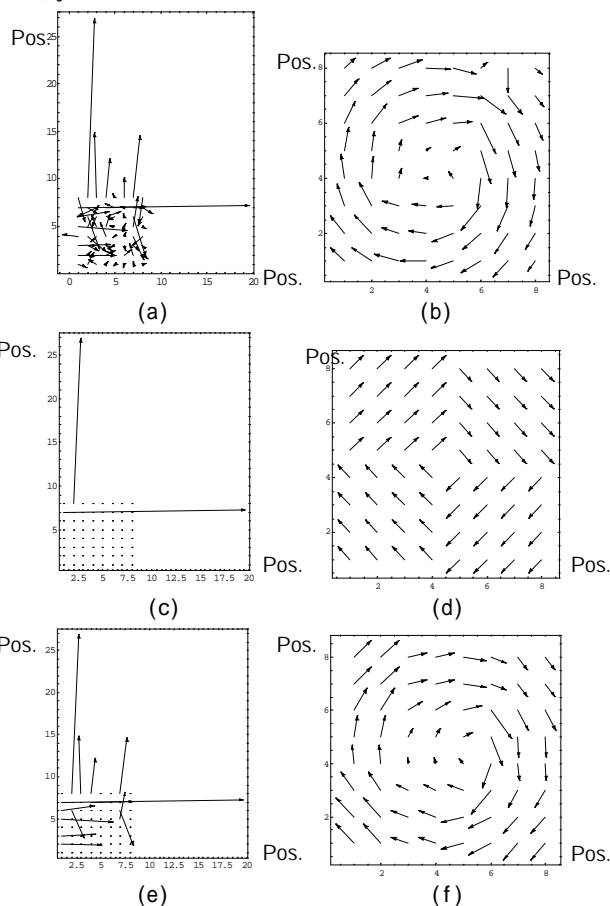


図 19. ウェーブレットスペクトラムと電流ベクトルの主成分

#### 4.2.2 周辺磁界分布

図 8 で示した周辺磁界分布をモデルベクトルデータとする。このベクトルデータについて 3 次元ウェーブレット解析を行う。図 20(b)に示したベクトルデータを成分ごとにウェーブレット変換し、ウェーブレットスペクトラムを求める。ここでは基底関数にドビッシェの 2 次を使用した。ウェーブレットスペクトラムをベクトルで表示したのが図 20(a)である。ここで最も支配的なウェーブレットスペクトラムを抽出した結果を図 20(c)、(e)に示す。図 20(a)は  $8 \times 8 \times 4 = 256$  のウェーブレットスペクトラムからなるベクトルデータである。図 20(c)、(e)はそれぞれ図 20(a)から 3 本、8 本のウェーブレットスペクトラムを抽出したものである。このウェーブレットスペクトラムを逆変換して再現されたベクトルデータを図 20(d)、(f)に示す。再現されたデータの再現性は相関係数を用いて評価される。再現性(相関係数)は図 20(d)で 0.74、図 20(f)で 0.90 となり、よい再現性を示している。

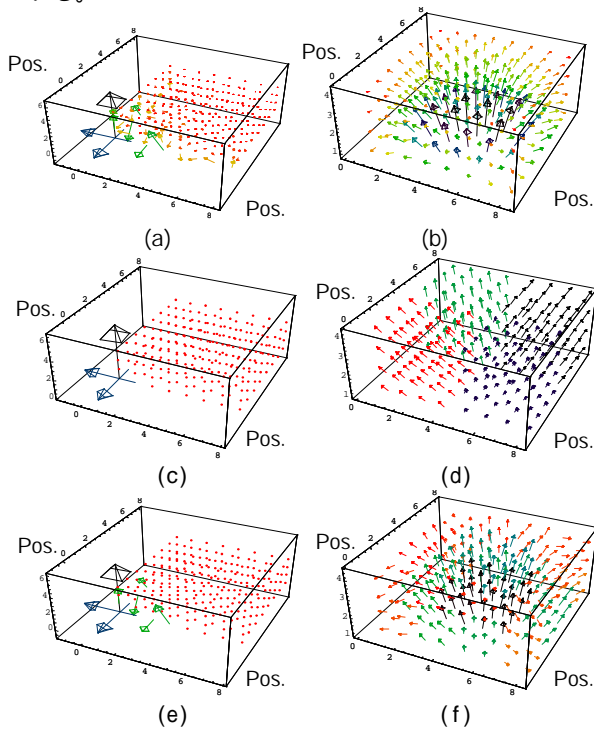


図 20. ウェーブレットスペクトラムと磁界ベクトルの主成分

#### 5. まとめ

本稿では、3次元周辺電磁界分布可視化システムについて、以下の考察を行った。

- 1) 渦電流計算の妥当性、
- 2) 渦電流の主成分抽出、
- 3) 周辺磁界分布の主成分抽出、

以上の結果、励磁コイル上に鉄板を配置した場合、鉄板には励磁コイルから発生する磁界を打ち消す方向に渦電流が流れることを確認した。さらにウェーブレット変換によって鉄板の渦電流、3次元磁界分布のウェーブレットスペクトラムを示し、そのスペクトラムの支配的な

ベクトルのみを抽出し、一見、複雑なベクトル分布も本質的には 25%以下の主要なベクトルで表現できることが判明した。

#### 参考文献

- [1] 斎藤兆古著、“ウェーブレット変換の基礎と応用”，朝倉書店、1998年．
- [2] 篠原佳直著、“誘導加熱用励磁コイルに関する考察”，法政大学修士論文、1997年．
- [3] 宮原晋一郎、早野誠治、斎藤兆古、増田則夫、遠矢弘和、“電気・電子機器の周辺電磁界分布可視化システム”，マグネティックス研究会資料、1998年、MAG-98-45-112．
- [4] 松山佐和、小口雄康、宮原晋一郎、斎藤兆古、“三次元ウェーブレット変換の応用”，日本シミュレーション学会、1998年、2- - 3．

キーワード.

電磁界、可視化、直接逆行列法、渦電流、ウェーブレット変換

-----

Summary.

## A Study of Visualization of Electromagnetic Fields Distribution

### - Extraction of The Dominant Magnetic Fields -

S.Miyahara, S.Hayano, Y.Saito  
College of Engineering, Hosei University

Yutaka Tanaka  
Department of Mechanical Engineering, Hosei University

This paper proposes a methodology for visualizing the electromagnetic field distributions vicinity of the electronic devices. At first, we solve an inverse source problem in order to identify the magnetic field sources from the locally measured magnetic fields. Second, we calculate the magnetic field distributions from the estimated magnetic field sources. Third, we calculate the eddy current induced on a sheet of iron. Finally, we extract the most dominant magnetic field distributions using the 3D wavelet transform.

In the present paper, basic principle and initial experiments to verify our approach are described. As a result, it is revealed that the magnetic field distributions near the electronic devices can be visualized from the locally measured magnetic fields. Further, we have succeeded in extracting the major magnetic field vectors as well as their sources by the multi-dimensional wavelet transform.

Keywords.

Electromagnetic fields 、 Visualization、 Direct inverse matrix method、 Eddy current、 Wavelet transform