

逆問題解析手法による放射線源探査

武居 周 早野 誠治 齋藤 兆古
法政大学工学部電気電子工学科

本報告では、センサーがケーブルに沿って連続した放射線分布を測定可能とする光ファイバ放射線モニタを前提とした、放射線源分布推定問題について検討する。この問題は、既知の情報であるセンサーの位置での放射線強度から情報源である放射線源の位置と強度を推定する逆問題である。原理的には、電界強度から電荷を推定する問題と等価であり、電磁界系逆問題の代表的な応用例である。また、逆問題解析により得られた推定解より3次元空間の放射線強度分布を可視化するシステムの原理検証について述べる。

1. はじめに

放射線、あるいは放射性物質を取り扱う際には、放射線管理、防護を第一に考える必要がある。特に放射線は人間の五感に感じないため、放射線防護が確実に実行されてはならない。それを判定するには放射線を測定しその結果に基づいて判断し、問題点があれば改善のための処置をとっていく一連の作業が、いわゆる放射線モニタリングである。原子力発電所内には、設備運用管理の手段として、各種の放射線検出器を複数個設置しモニタリングしているが放射線管理区域においては、安全性向上の観点からさらにきめ細かい放射線管理が必要とされている。

このような状況を鑑み筆者等は、逆問題解析法を用いた新しい放射線プラント管理システムに関する研究を行っている。このシステムの根幹となるセンサーより得られた放射線強度から放射線源分布を探索する解析は局所的情報（フィールド）から全体の情報源（ソース）を推定するものである。

逆問題の多くは、局所的情報に対応する式の数よりも多い情報源に対応する未知数の数を持つ線形システムを解くことに帰する。換言すれば、逆問題のシステム方程式は式の数よりも未知数の数が圧倒的に多い連立方程式である。このような線形システムは、システム行列が長方形であるため逆行列が計算できない。このため、逆問題のシステム方程式は不適切(ill posed)な線形システムと呼ばれ、従来の線形空間論では一意的な解が得られないことが知られている。

2. Sampled Pattern Matching(SPM)法

逆問題解析は未知数の数が式の数よりも多い不適切な線形システム方程式を解くことに帰する。不適切な線形システムに解を与える手法で、最小ノルム法や重み付き逆行列法などの逆行列型解法は方程式を厳密に満足する解を与える。これに対して本稿で述べる Sampled Pattern Matching 法（以下、SPM 法と略記）をはじめとする反復型解法は順問題を反復して逆問題解を近似的に求めるものである。以前から SPM 法に関して多くの研究がなされ、パーソナルコンピュータにおける漏洩電磁界探査問題や生体系逆問題のみならず金属の欠損探査に関する逆問題に SPM 法を適用した結果、WPW 心臓病の副伝導路の解明や金属板中の複数個の欠損探査等、良好な結果が期待できることが判明している[1,2]。

本稿では新しい逆問題解析法であるベクトル型 SPM 法を提案する。従来の SPM 法は評価関数(3)式を逐次評

価する解法で点検索型とも呼ばれる。これに対してベクトル型解法は一斉評価型の解法で、列検索により解を評価するので計算速度が非常に高速で大域的な解を推定することが可能である[3]。

2.1 システム方程式と評価関数

ここでは次式で与えられる一般的な線形システム方程式を考える。

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}, \quad (1)$$

or

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}$$

(1)式で、 \mathbf{X} は m 次の入力ベクトル、 \mathbf{Y} は n 次の出力ベクトル、 \mathbf{C} がシステム行列で各要素 G_{ij} が離散化されたグリーン関数である。また、 n と m は、それぞれ、測定点数と推定対象領域内の分割個数を示す($n < m$)。 (1)式を(2)式のように正規化する。

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{C}_i$$
$$\frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} = \sum_{i=1}^m \frac{|\mathbf{C}_i|}{|\mathbf{Y}|} x_i \frac{\mathbf{C}_i}{|\mathbf{C}_i|}$$

or

$$\mathbf{Y}' = \sum_{i=1}^m x_i' \mathbf{C}_i'$$
$$= \mathbf{C}\mathbf{X}' \quad (2)$$

(2)式は入力ベクトル \mathbf{Y} が必ずシステム行列の列ベクトル \mathbf{C}_i の線形結合で与えられることを意味する。従って、 k 回目の反復解 $\mathbf{X}^{(k)}$ が与える入力ベクトル $\mathbf{C} \mathbf{X}^{(k)}$ と入力ベクトル \mathbf{Y} 間の内積は(3)式ようになる。

$$f(\mathbf{X}^{(k)}) = \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}|} \quad (3)$$

(3)式を解の評価関数として (4)式が成立するような解ベクトル $\mathbf{X}^{(0)}$ を探索する考え方が SPM 法の基本的着想である。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(\mathbf{X}^{(k)}) = 1 \quad (4)$$

2.2 ベクトル型 SPM 法の定式化

(2)式で、初期値を $\mathbf{X}^{(0)} = C^T \mathbf{Y}'$ として、残差ベクトルが (5)式で与えられたとする。

$$\Delta \mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{Y}' - C \mathbf{X}^{(0)} = C^T \Delta \mathbf{X}^{(1)} \quad (5)$$

(5)式で残差ベクトル $\mathbf{Y}^{(1)}$ を与える解の誤差ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ を近似的に(6)式のようにする。

$$\Delta \mathbf{X}^{(1)} \rightarrow C^T (\mathbf{Y}' - C \mathbf{X}^{(0)}) = C^T \Delta \mathbf{Y}^{(1)} \quad (6)$$

これより第一近似解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ は(7)式ようになる。

$$\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{X}^{(0)} + \Delta \mathbf{X}^{(1)} \quad (7)$$

解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ の評価は、(3)式より以下の(8)式が(4)式を満足するまで行われる。

$$f(\mathbf{X}^{(1)}) = \frac{\mathbf{Y}' \cdot C \mathbf{X}^{(1)}}{|\mathbf{Y}'| |C \mathbf{X}^{(1)}|} = \frac{\mathbf{Y}' \cdot |\mathbf{Y}'| C \mathbf{X}^{(1)}}{|\mathbf{Y}'| |\mathbf{Y}'| C \mathbf{X}^{(1)}} = \mathbf{Y}' \cdot \frac{C \mathbf{X}^{(1)}}{|C \mathbf{X}^{(1)}|} \quad (8)$$

(2-13)式で、正規化された解ベクトル \mathbf{X}' を構成する要素 x_i' と実際の解ベクトル \mathbf{X} を構成する要素 x_i 間の関係は(9)式で表される。

$$x_i' = \frac{|C_i|}{|\mathbf{Y}'|} x_i \quad (9)$$

従って、正規化されていないシステム行列 C と解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ の内積は、 C を構成する列ベクトル C_i のノルム $|C_i|$ の項をキャンセルすることになる。このため、入力ベクトルのノルム $|\mathbf{Y}'|$ を勘案しなければならないが、正規化によってこの項もキャンセルされることに注意を要する。(5)-(7)式を一般化すると、(10)式のように書くことができる。

$$\mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{X}^{(k-1)} + C^T (\mathbf{Y}' - C \mathbf{X}^{(k-1)}) \quad (10)$$

(10)式がベクトル型 SPM 法の反復解となる。

3. 例題による原理検証

3.1 グリーン関数

放射線強度より放射線源分布を推定する問題は、測定された電界強度分布から電荷分布を推定する問題と数学的に等価である。光ファイバー放射線モニタの測定対象は線であり位置 i の放射線源に起因する測定位置 j における線量率は、 ij 間の距離の 2 乗に反比例する。よって、グリーン関数は(11)式のようになり、システム行列が決定される[4,5]。

$$G_{ij} = (4\pi r_{ij}^2)^{-1} \quad (11)$$

3.2 1次元放射線源探査問題

例として、ベクトル型 SPM 法による1次元放射線探査問題について述べる。まず、推定対象領域・測定面間

に遮蔽物がない場合のモデルについて検討する。図1に1次元問題のモデルを示す。

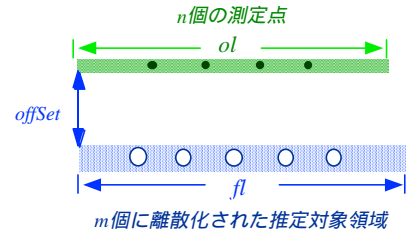


図1. 1次元の放射線源探査問題のモデル

モデル放射線源分布を図2に示す。図2を正解としてシミュレーションを行う。また、図3は測定面に与える放射線強度分布である。

推定対象領域と測定面それぞれの長さを 1.0m とする。さらに、測定点数は $n=5$ 、ターゲットの分割個数は $m=10$ である。推定対象領域・測定面間の距離 $ofs=10\text{cm}$ である。

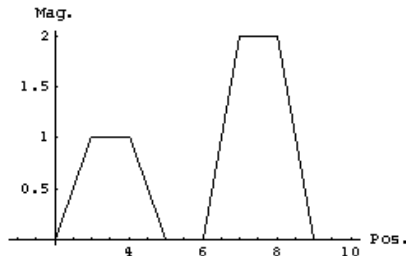


図2. 1次元の放射線源探査問題のモデル

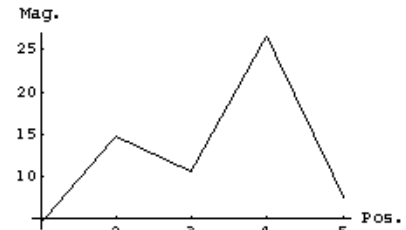


図3. 測定される放射線分布

図3の測定面に与える放射線強度よりベクトル型 SPM 法により放射線強度分布を推定した結果と正解との比較を図4に示す。

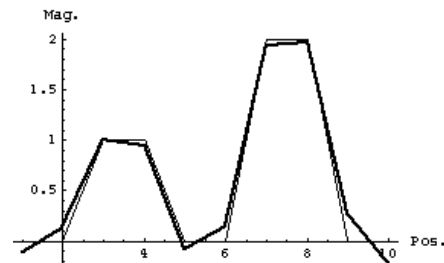


図4. 放射線強度分布の推定結果と正解との比較 (太線: 推定解、細線: 正解)

図4の結果よりベクトル型 SPM 法による推定結果は正解と比較して非常に良好である。

次に、測定面とソースの間に遮蔽物が存在する場合について検討を行う。図5に放射線源探索モデルを示す。

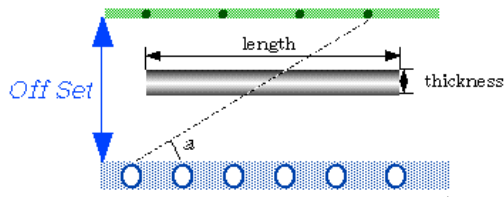


図5. 遮蔽物を考慮に入れたモデル

その場合、放射線強度は以下ようになる。

$$Y = Y_0 e^{-\mu t} \quad (12)$$

(12)式において、 Y_0 は遮蔽物がないときのフィールドベクトル、 t は遮蔽物の厚さ、 μ は減衰係数と呼ばれる遮蔽材質に固有のパラメータである。また、 B は遮蔽物によって起こるフィールドの散乱を補正する係数である($B>1$)。

図5において測定点と推定点の位置関係を考慮に入れると、(12)式は角度 a を用いて(13)式のように表される。

$$Y(a) = Y_0 B e^{-\mu t \frac{1}{\cos(a)}} \quad (13)$$

よって、(11)式は(14)式のように表される。

$$G_{ij} = (4\pi r_{ij}^2)^{-1} B e^{-\mu t \frac{1}{\cos(a)}} \quad (14)$$

(14)式が遮蔽物を考慮に入れた場合のグリーン関数であり、システム行列が決定される[6]。

図5で、遮蔽物は放射線源分布領域の中央上に設置し、長さ $length=60[cm]$ 、厚さ $thickness=2[cm]$ として計算した。また今回は、 $B=1.2$ 、 $\mu=10$ として推定を行った。以上のシミュレーション条件で測定面に与える放射線強度分布を計算した結果を図6に示す。図6の結果より、ベクトル型 SPM 法を用いて放射線源分布を推定した結果と正解の比較を図7に示す。

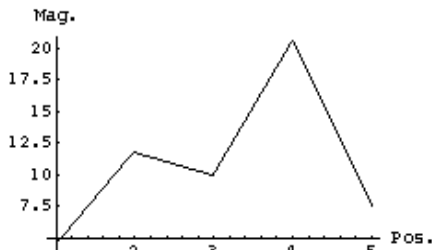


図6. 測定される放射線強度分布

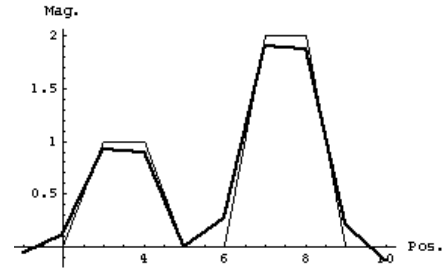


図7. ベクトル型 SPM 法による推定解と正解の比較 (太線：推定解、細線：正解)

図7より、遮蔽物を考慮に入れた場合でも非常に良好な結果が得られることが判明した。これより、ベクトル型 SPM 法による逆問題解析法は放射線源探索の有力な手法となる見通しを得た。

4. 放射線分布可視化システムへの応用

ここでは具体的な応用例として放射線分布可視化システムについて述べる。

従来の放射線検出器は設置場所の定点計測を前提とされているが、広範囲の放射線分布を得るには逆問題的手法を用いて推定した放射線源による三次元的放射線分布の可視化が必要である。このシステムによる解析結果がプラント情報として、タイムリーに運転・補修員に提供されれば機器の状態監視に非常に有効な手段となる。

4.1 解析モデル

放射線センサーはケーブル状であり、ケーブルに沿って連続した放射線分布が測定できる光ファイバ放射線センサーを用いることを前提とする。この場合、測定点個数 n_x, n_y の最大値はセンサーの持つ各方向の分解能に等しい。

図8は放射線源探索モデルである。また、図9にモデル放射線源分布を示す。図8は、天井に放射線センサーを設置した室内に大小の容器に入った放射性廃樹脂が保管されている状況を想定したものである。センサーで測定された放射線強度分布から逆問題解析法により放射性廃樹脂分布を推定し、推定結果から室内の3次元放射線分布を可視化するものである。

ターゲットと測定面それぞれの x, y 方向の長さを $10m$ とする。さらに、測定点数は $n=10 \times 10$ 、ターゲットの分割個数は $m=50 \times 50$ である。また、推定対象領域・測定面間の距離は $ofs=2m$ とした。

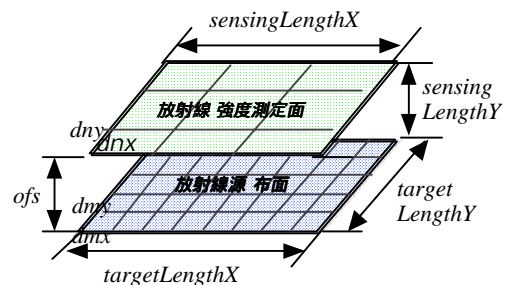


図8. モデルのパラメータ

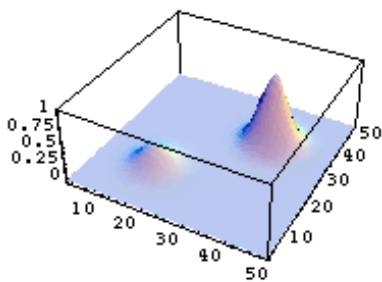


図 9. モデル放射線源

4.2 放射線源推定

以上のようなシミュレーション条件より計算した測定面に与える放射線強度分布を図 10 に示す。図 5-14(a)からベクトル型 SPM 法によって推定した放射線源分布を図 5-14 (b)に示す。

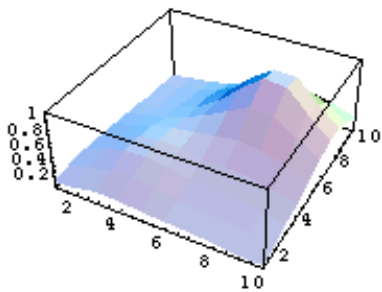


図 10. 測定される放射線強度分布

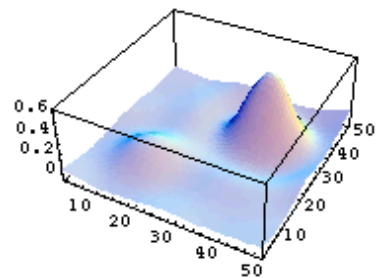
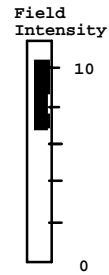


図 11. 放射線源推定結果

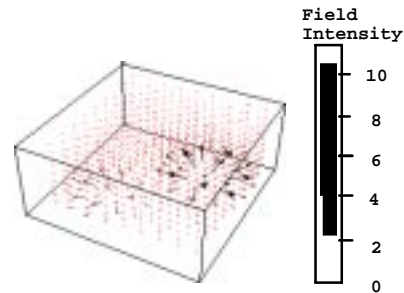
図 11 より、推定された放射線強度分布は正解と比較して最大値が 60%の大きさに計算されているが、全体の傾向は良好である。

4.3 3次元放射線分布の表示

図 11 に示す放射線源推定結果より、放射線源が存在する領域上部の 3次元放射線強度分布を計算し表示する。図 12 に計算結果を示す。図 12(a)が等高線表示、図 12(b)がベクトル分布表示である。図 12 より放射線源から空間中に放射される放射線分布を把握することが出来る。この結果は測定された 2次元のフィールドから逆問題解析法により任意の領域で 3次元のベクトルフィールドを推定することが可能であることを示している。以上より、逆問題解析法を用いた放射線分布可視化システムは実現可能である見通しを得た。



(a) 放射線強度分布の等高線表示



(b) 放射線強度分布のベクトル表示

図 12 推定領域上部の 3次元放射線分布の可視化

5. まとめ

本報告では逆問題解析手法を用いた放射線源探索について検討した。

はじめに、新しい逆問題解析法であるベクトル型 SPM 法の定式化について述べた。ベクトル型 SPM 法は従来の反復型解法と比較して非常に高速に解を計算する事が可能である。

簡単な例として、1次元問題を遮蔽物がある場合とない場合のそれぞれについてベクトル型 SPM 法により検討した。その結果、ベクトル型 SPM 法は非常に良好な推定解を与えることが判明した。

また、具体的な応用例として放射線分布可視化システムについて検討した。その結果、逆問題解析法を用いた放射線分布可視化システムは実現の可能であることが判明した。

参考文献

- [1] T. Doi, et al. "Defect recognition in conductive materials by local magnetic field measurement," Journal of Applied Physics, Vol. 75, No.10, 1994, pp.5907-5909.
- [2] 早乙女英夫、橘田和泰、早野誠治、斎藤兆古、「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」、電気学会論文誌 C、113 巻 1 号、1993 年、pp.69-76.
- [3] 斎藤兆古、「不適切な線形システムと逆問題」、日本シミュレーション学会、第 19 回 計算電気・電子シンポジウム論文集、1997 年 12 月、pp.9-18.
- [4] A. Takei, et al. (1998). Int. Symp. Inverse Problems in Eng. Mech. 1998. pp.503-508.
- [5] A. Takei et al. (1998) "Weighted Inverse Matrix Approach to Searching for the Radioactive Source Distributions," "Proceeding of JBMSAEM'98, in printing.
- [6] R. Nishiura, et al. (1998). Int. Symp. Inverse Problems in Eng. Mech. 1998. pp.467-474.

キーワード

逆問題、ベクトル型 SPM 法、放射線可視化システム

Summary.

Inverse Analysis Strategy to Searching for the Radioactive Source Distributions

Amane Takei Seiji Hayano Yosifuru Saito
College of Engineering, Hosei University

Searching for the radioactive field source from the locally measured radioactive fields is essentially reduced into solving for the inverse problems. In the other words, searching for the radioactive field source confronts to solving for an ill posed linear system. Various numerical method have been proposed solving for the ill posed linear systems.

In this paper, we propose a new strategy of the sampled pattern matching(SPM) method. We try to evaluate a unique solution of an inverse problem by means of the vector type SPM method. The vector type SPM method yields a unique solution faster and more exact than the conventional numerical iterative approaches.

We have applied our vector type SPM method to searching for the radioactive field source and to demonstrating the three dimensional radioactive field distributions. As a result, we have succeeded in evaluating the unique radioactive field source and three dimensional vector field distributions from the locally measured radioactive fields.

Keywords.

Inverse problem, Vector type SPM method, Visualization of radioactive fields