

# ウェーブレット変換の海洋・気象データへの応用

松山 佐和, 小口 雄康  
法政大学計算科学研究センター

斎藤 兆古  
法政大学工学部

ウェーブレット変換の特徴の一つにデータの特性をウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍に集中させることが上げられる。スカラーデータの圧縮にはこの特徴が利用されている。本稿では、海洋・気象データにウェーブレット変換を適用した結果、スカラーデータと同様にデータの特性がウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍に集中し、データの圧縮が可能であることを示す。

## 1. はじめに

ウェーブレット変換は1次元波形データの周波数解析や2次元画像データの圧縮などに適用されている。本稿では気象・海洋データ(ベクトルデータ、平面ベクトルデータ)にウェーブレット変換を適用し、気象・海洋データの圧縮と多重解像度解析の有用性について述べる。

気象データは広範囲の気圧配置、雲量、気温、風など、それぞれが多くのデータ量を有し、データの配送、保存に多大な時間と資源を消費している。この多量の気象データにウェーブレット変換を適用し、データ圧縮が可能であれば、データの転送時間の短縮および保存効率に多大な成果が期待できるであろう。

ウェーブレット変換によるデータの圧縮は、データの特徴がウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍に集中することを利用して、その近傍のスペクトラムの要素のみ残し、他をゼロとすることで行われる[1]、[2]。同様な操作を駿河湾奥部の潮流データと250hPa高度の風データに適用し、種々の異なる基底関数を用いたウェーブレット変換を行い圧縮率とデータの復元率について検証する。

## 2. ベクトルデータのウェーブレット変換

一般に、ウェーブレット変換は、

$$X' = WX \quad (1)$$

で表される。 $X$  は  $n$  次の列ベクトル、 $X'$  はウェーブレット変換スペクトラム、 $W$  は  $n \times n$  のウェーブレット変換マトリックスである。これを列ベクトル  $X$  の要素が  $x$  成分  $V_x$ 、 $y$  成分  $V_y$  の2次元のベクトル

$$X = V_x + V_y \quad (2)$$

であるとき、(1)により

$$X' = W(V_x + V_y) \quad (3)$$

となる。ここで  $V_x$ 、 $V_y$  は直交するから

$$X' = WV_x + WV_y \quad (4)$$

となる。すなわち、ベクトルのウェーブレット変換は各成分のウェーブレット変換の和である。

また、マトリックス  $M$  のウェーブレット変換は

$$S = W_m \cdot M \cdot W_n^T \quad (5)$$

で与えられる。ここで、 $S$  はウェーブレットスペクトラム、 $M$  は  $m \times n$  の長方マトリックス、 $W_n$  および  $W_m$  はそれぞれ  $n \times n$ 、 $m \times m$  のウェーブレット変換マトリックスである。ここで、 $M$  を要素がそれぞれ2成分からなる平面ベクトルデータとする。この場合も同様に各成分に分けてウェーブレット変換し、得られたスペクトラムを各成分とするスペクトラムが平面ベクトルデータの変換スペクトラムとなる。

## 3. ウェーブレット変換の潮流データへの適用

### 3.1 使用する潮流データ

ここではベクトルデータの適用例として駿河湾奥部の潮流記録(1991年7月、10分間隔で測定)を使用する。Fig.1はウェーブレット変換の対象とする潮流データ(データ数512個、1991年7月17日13時20分から21日2時30分の3日16時間20分)である。このデータは約12時間周期が顕著である。潮流の大きさは東西、南北成分とも-10~10cm/sec.である。

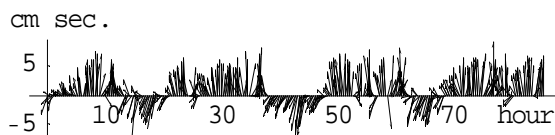


Fig.1. 潮流データ(1991年7月17日13時20分から21日2時30分)

### 3.2 ウェーブレット解析の適用

まず、この潮流データをウェーブレット変換する。潮流データの東西成分および南北成分をウェーブレット変換し、それぞれのウェーブレットスペクトラムを各成分とするウェーブレットスペクトラムベクトルを求める。Fig.2 に基底関数にドビッシーの 2 次を用いた場合のウェーブレットスペクトラムベクトル、Fig.3 に基底関数にドビッシーの 20 次を用いた場合のウェーブレットスペクトラムベクトルを示す。これらの図に示されるようにマザーウェーブレット近傍に大きなベクトルが集中している。これは、潮流データが圧縮可能であることを示している。

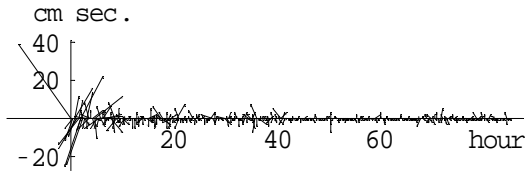


Fig.2. 基底関数にドビッシーの 2 次を用いた場合のウェーブレットスペクトラムベクトル

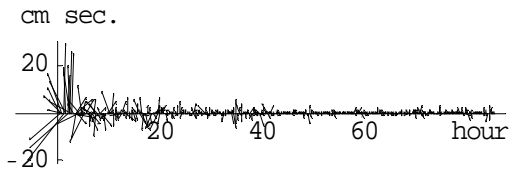


Fig.3. 基底関数にドビッシーの 20 次を用いた場合のウェーブレットスペクトラムベクトル

そこで、潮流データを圧縮してみる。Fig.2 および Fig.3 に示すウェーブレットスペクトラムで、マザーウェーブレット近傍の 128 個を残し他をゼロとしてデータを 4 分の 1 に圧縮する。圧縮したデータを逆変換して再現された潮流データが Fig.4 と Fig.5 である。再現された潮流データは、Fig.1 の元の潮流データとほぼ一致していることがわかる。データの再現率を斎藤[1]は相関係数を用いて評価しているがこの方法を用いて計算した相関係数はそれぞれ 0.94、0.96 でありよい再現性を示している。ここでは、基底関数にドビッシーの 2 次と 20 次を使用した例を示したが、他の基底関数を使用した結果もほとんど同じである。

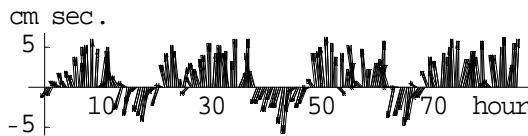


Fig.4. 4 分の 1 に圧縮されたデータから再現された潮流データ 基底関数にドビッシーの 2 次を使用

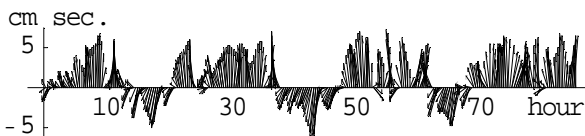


Fig.5. 4 分の 1 に圧縮されたデータから再現された潮流データ 基底関数にドビッシーの 20 次を使用

次に多重解像度解析によるデータ圧縮を試みる。多重解像度解析は各レベルの部分ウェーブレットスペクトラムを逆変換して得られる。Fig.2 に示したウェーブレットスペクトラムにおいて高周波部分の 2 レベルで再現される潮流データ (Fig.6 320 分まで表示) はベクトルの絶対値が小さく、方向がランダムで潮流データの主要部分ではなくノイズとみなされる。この高周波部分を除いて再現した潮流データが Fig.7 で、Fig.1 の元の潮流データとほぼ一致していることが分かる。相関係数は 0.94 である。

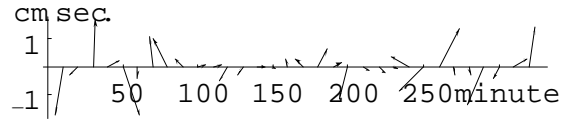


Fig.6. 高周波部分の 2 レベルで再現される潮流データ 基底関数にドビッシーの 2 次を使用

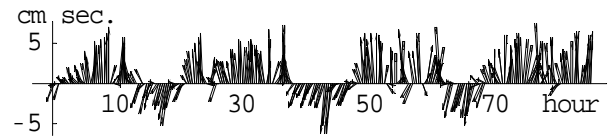


Fig.7. 高周波部分の 2 レベルを除いて再現される潮流データ 基底関数にドビッシーの 2 次を使用

Fig.3 に示したウェーブレットスペクトラムにおいても同様の解析を試みた。Fig.8、Fig.9 は高周波部分で再現された潮流データと高周波部分を除いて再現された潮流データである。Fig.9 は、Fig.1 の元の潮流データとほぼ一致しており、相関係数は 0.96 である。これにより、Fig.4 および Fig.5 に示した単純な圧縮法においても、Fig.6、Fig.8 のノイズベクトルを除去していることが分かる。

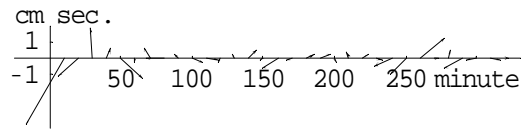


Fig.8. 高周波部分の 2 レベルで再現される潮流データ 基底関数にドビッシーの 20 次を使用

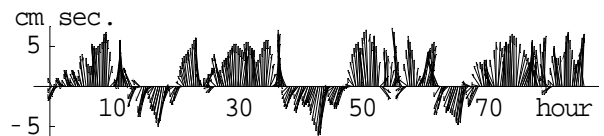


Fig.9. 高周波部分の 2 レベルを除いて再現される潮流データ 基底関数にドビッシーの 20 次を使用

## 4. ウェーブレット変換の風データへの適用

### 4.1 使用する風データ

ここでは平面ベクトルデータとして 250hPa 高度の風データ (NCEP/NCAR 再解析データ月平均、 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ ) を使用する。Fig.10 は 1993 年 7 月 (冷夏) Fig.11 は 1994 年 7 月 (暑夏) である。このデータの特徴はジェット気流が 1993 年 7 月では例年に比べて南寄り (日本上空の北緯  $37^\circ \sim 47^\circ$  付近) 1994 年 7 月では 北寄

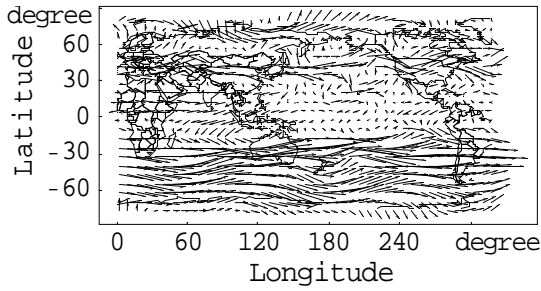


Fig.10. 風データ (1993年7月 7.5° 間隔で表示)

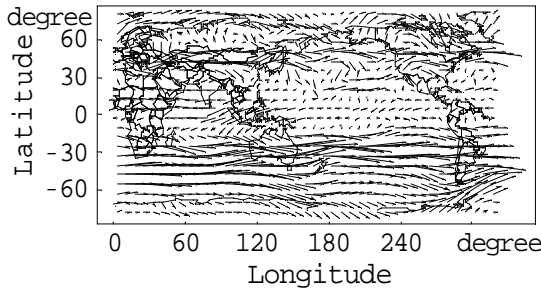


Fig.11. 風データ (1994年7月 7.5° 間隔で表示)

り (北緯 42° ~52° 付近) である。ここではデータ数を  $64 \times 128$  個とするためウェーブレット変換の対象とする範囲を南緯 75° から北緯 82.5°、東経 0° から西経 42.5° とする。対象範囲全体を図示すると日本上空のジェット気流の位置が鮮明に表せないので日本近辺のみ図示したのが Fig.12 と Fig.13 である。この図により、この2つの年の夏のジェット気流の特徴がよく表されている。日本上空の夏のジェット気流の風速は約 30m/sec. であり、南半球の冬のジェット気流の風速は 40~50m/sec. である。

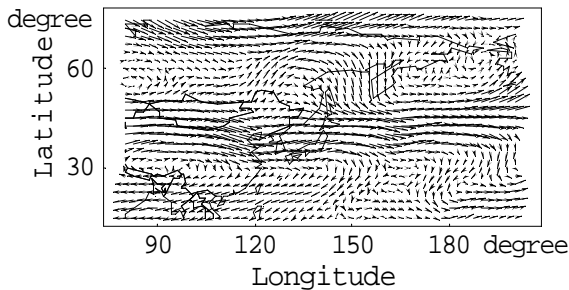


Fig.12. 日本上空の風 (1993年7月 2.5° 間隔で表示)

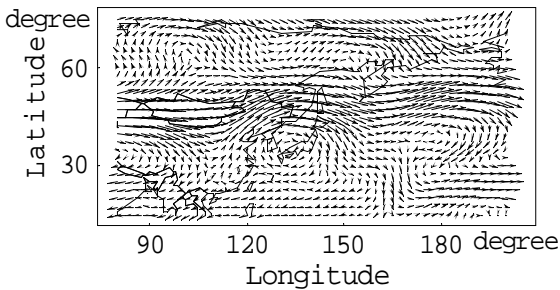


Fig.13. 日本上空の風 (1994年7月 2.5° 間隔で表示)

## 4.2 ウェーブレット解析の適用

まず、この風データを東西成分および南北成分に分けてそれぞれウェーブレット変換する。変換後のウェーブレットスペクトラムを各成分とするウェーブレットスペクトラムベクトル (1993年7月) を Fig.14 に示す。この図に示されるように大きなベクトルがマザーウェーブレット近傍に集中しており、このデータが圧縮可能であることを意味する。

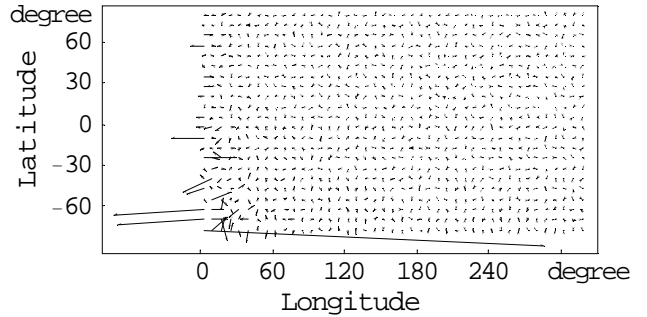


Fig.14. ウェーブレットスペクトラムベクトル 基底関数にドビッシーの2次を使用 (1993年7月)

そこで、風データを圧縮してみる。Fig.14 に示すウェーブレットスペクトラムで、マザーウェーブレット近傍の  $32 \times 64$  の部分行列を残し他をゼロとしデータを4分の1に圧縮する。圧縮したデータを逆変換して再現された風データが Fig.15 である。Fig.15 の風データは、Fig.12 の元の風データとほとんど同じであることがわかる。データの再現率を評価するため求めた相関係数は 0.99 でありよい再現性を示している。圧縮時に除いた部分のデー

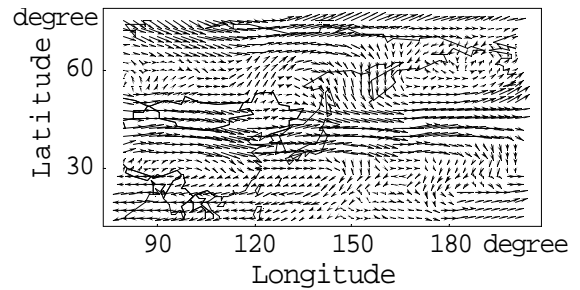


Fig.15. 圧縮されたデータから再現される風データ (1993年7月)

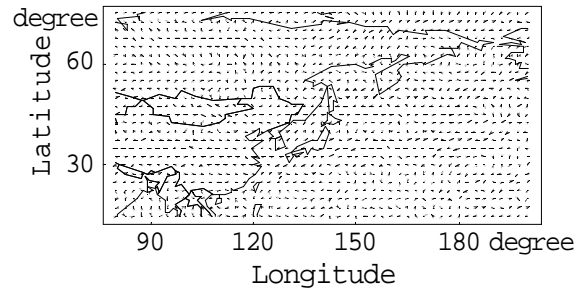


Fig.16. 除いた部分のデータから再現される風データ (1993年7月)

データを再現したものが Fig.16 である。Fig.16 のベクトルは

方向を示すために矢印の部分が表示されているが絶対値の大きさは Fig.15 に比べて 10 分の 1 程度である。

ここで、別の圧縮法を試みる。Fig.14 のウェーブレットスペクトラムの 8 行目までと 8 列目までを残して他を 0 とする (Fig.17)。このウェーブレットスペクトラムを逆変換して再現された風データが Fig.18 である。この場合も元の Fig.12 の風データとよく一致し相関係数は 0.99 である。

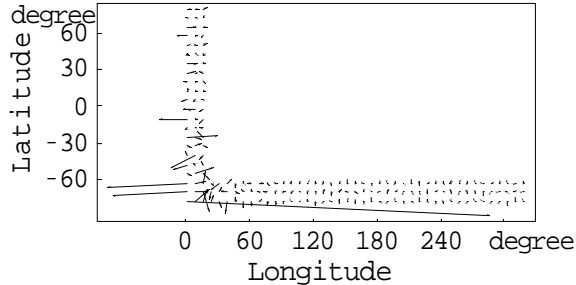


Fig.17. Fig.14 の 8 行目までと 8 列目までを残して他を 0 としたウェーブレットスペクトラム

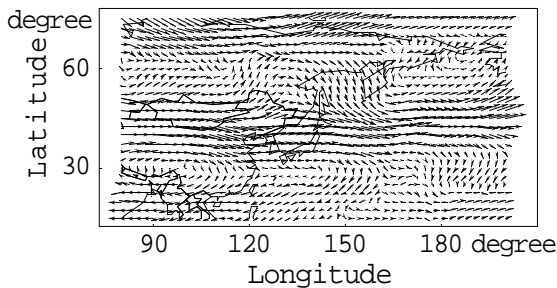


Fig.18. Fig.17 のウェーブレットスペクトラムを逆変換して再現される風データ

次に多重解像度解析による圧縮を試みる。多重解像度解析は各レベルの部分ウェーブレットスペクトラムを逆変換して得られる。高周波部分の 2 レベルで再現される風データは Fig.19 である。この部分のデータはベクトルの絶対値が小さく、方向がランダムであり、風データの主要部分ではないとみなせる。この部分を除いて再現した風データが Fig.20 である。Fig.19 のベクトルは方向を示すために矢印の部分が表示されているが、絶対値の大きさは Fig.20 に比べて 10 分の 1 程度である。Fig.20 の風データは Fig.12 の元の風データとほとんど同じであるといえる。相関係数は 0.99 である。

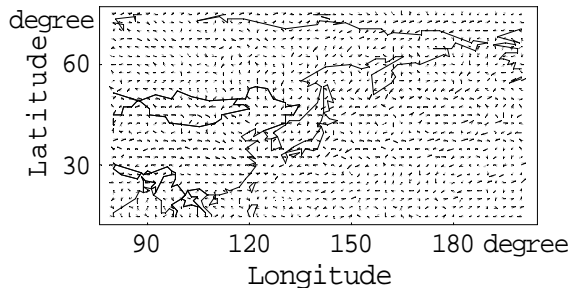


Fig.19. 高周波部分の 2 レベルで再現される風データ (1993 年 7 月)

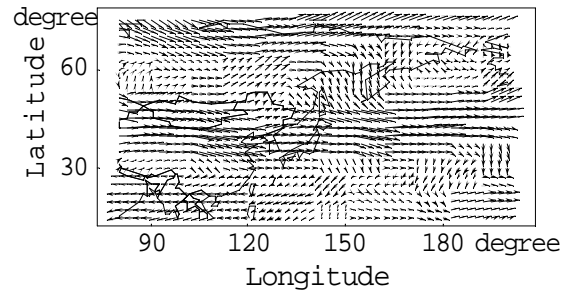


Fig.20. 高周波部分の 2 レベルを除いて再現される風データ (1993 年 7 月)

各図は、1993 年 7 月について示してきたが、1994 年 7 月についても全く同様で、この 2 年間における夏のジェット気流の特徴は再現された風データにおいても、よく現れている。

ここまでは、 $2.5^\circ$  間隔の風データ  $64 \times 128$  個についてウェーブレット解析を行ってきたが、ここで南半球の強い冬のジェット気流を除いて、北半球の日本上空に注目しデータ数を  $16 \times 32$  個にして同様に計算してみる。元の風データは Fig.21 である。ウェーブレット変換スペクトラムは Fig.22 である。

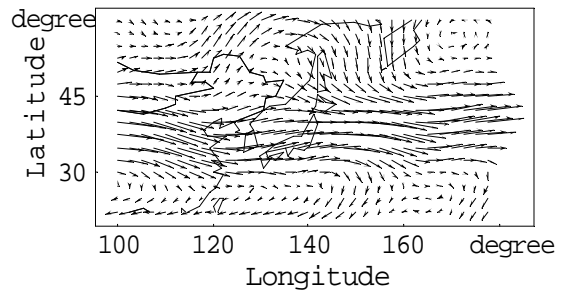


Fig.21. 風データ (日本上空 北緯  $22.5^\circ \sim 60^\circ$ , 東経  $100^\circ \sim 175.5^\circ$  1993 年 7 月)

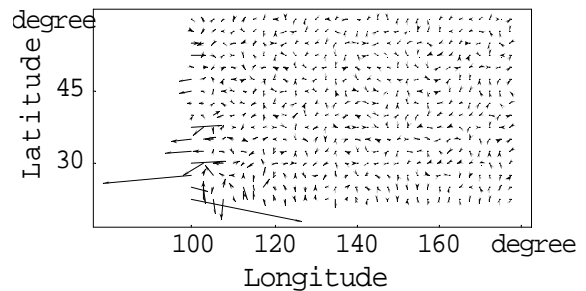


Fig.22. ウェーブレット変換スペクトラムベクトル 基底関数はドビッシーの 2 次を使用 (1993 年 7 月)

データの再現率はウェーブレットスペクトラムベクトルを 4 分の 1 に縮小した場合の相関係数は 0.98、多重解像度解析により高周波部分の 2 レベルを除いた場合の相関係数は 0.97 である。南半球の大きなベクトルが除かれた分だけ再現性は悪くなっているが、よく再現されているといえる。

## 5. おわりに

本稿では、潮流データ、風データにウェーブレット変換を適用することで、データの支配的なベクトル分布が抽出可能であり、データ圧縮にも有用であることを示した。データ圧縮の方法としては、マザーウェーブレット近傍のスペクトラムの大きさに着目した単純な圧縮法と多重解像度解析を用いてノイズ成分を除去する方法を取り上げた。その結果いずれの方法を用いても圧縮効果には大差ないことが判明した。

最後に潮流データを提供していただいた東京水産大学海洋環境学科松山研究室、および、風データを提供していただいた東京大学気候システム研究センター新田研究室にお礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] 齊藤兆古著, "Mathematica によるウェーブレット変換", 朝倉書店, 1996, 9.
- [2] 榊原進, "ウェーブレットビギナーズガイド", 東京電機大学出版局, 1995.

キーワード.

ウェーブレット変換、ベクトルデータ圧縮、地球規模の風の間、潮流

-----

Summary.

## **Applications of the Wavelets to the Oceanographic and Meteorological Data**

Sawa Matsuyama, Yuko Oguchi  
Computational Science Research Center, Hosei University

Yoshifuru Saito  
College of Eng., Hosei University

Major applications of the wavelet transform have been focused on the waveform analysis and image data compression. One of the distinguished properties of the wavelet transform is that the major dominant factors can be extracted from the data. In the present paper, we apply this property to the meteorological data and oceanographic data. As a result, we have succeeded in compressing these data.

Keywords.

Wavelet transform, Vector data compression, Global wind field, Tidal current