

# 波動方程式による動体の可視化

木村 祐二 早野 誠治 齋藤 兆古  
法政大学大学院

本論文は時間領域信号認識の第2段階として、落下する金属ターゲットが与える信号から金属ターゲットの特徴量の算出を試みた。具体例として、金属ターゲットを缶とし、缶がセンサー内を自由落下する場合のセンサー信号から特徴量の算出を試みた。

特徴量をターゲット長として、波動としてターゲットを可視化し、波形のピーク間距離からターゲットの長さを算出した。その結果、多段磁気センサー出力から、ターゲットの動きを波動方程式で可視化し、特徴量としたターゲットの長さは波動方程式から概算できた。

## 1. 緒論

オシロスコープ上で観察される時間領域信号は、波形、周波数、振幅等を吟味することで多くの知見が得られる。しかしながら、オリジナル信号を直接観察し、信号全体が持つ統合化情報の抽出は、観察者の信号解析技術の習熟と経験に大きく依存する。医用に用いられる心電図や脳波の波形分析、非破壊検査に用いられる超音波信号の分析などがその典型的な例であろう。

オシロスコープで観察される時間領域信号から情報を機械的に分析する手段として周波数スペクトラムアナライザーなどが使われているが、結果として、信号の周波数成分の分析のみにとどまる。このように信号波形を解析する専用機器を用いた場合、信号中の特定情報を抽出可能とするが、信号全体が持つ統合化された情報が失われる。

上記の現状に鑑み、筆者らは、訓練された人間の視覚情報処理能力を有する人工眼球(Artificial Human Eye、AHE)開発を進めてきた。AHEは、人間が視覚情報処理訓練を行う代わりに、データベースを前提とする画像認識を根幹技術とする。AHEはCCD画像を用いた2次元静止画像や動的画像を前提に開発されている。このため、AHE技術を単にオシロスコープに表示される時間領域信号へ適用すると、オシロスコープの画面全体で、信号が占める割合が極めて少ないため、信号を何らかの2次元平面上の可視化画像へ変換する必要がある。このため、筆者らは時間領域信号を可視化画像へ変換する方法として3次元リサージュ法を提案しその有効性を報告した<sup>1)2)</sup>。

本論文では、多段差動コイル型磁気センサーを試作し、センサー信号から金属ターゲットの移動状況を可視化し、可視化情報から個々の金属ターゲット識別を試みる。

従来の缶識別システムでは、センサー信号から2次元画像データを生成し、得られた画像に対して画像認識手法を適用し識別する。本論文では、情報源となるセンサー個数を増加し、絶対的に独立な情報量の増加を行う。これは、限られた情報を如何に加工しても本質的で無いことから、具体的にハード情報の増加を意図していることを意味する。センサー個数の増加は時間のみならず空間情報の増加を意味するから、ターゲット缶の移動を時間と空間で表現する波動方程式を用いて可視化する。実際の実験はターゲット缶をセンサー内へ自由落下させて行う。このため、ターゲット缶の長さは、波動方程式で可視化した場合、波の波長に対応する。

金属ターゲットの特徴量抽出を考えた場合、落下させることでターゲット缶は全てのサーチコイルに感知される。このため、センサー全ての位置でターゲットの情報を得ることができる。ここでは、ターゲットの長さがセンサー全体のそれより短いと仮定し、ターゲットの特徴量をターゲットの長さとした。

以上、磁気センサー信号波形を波動方程式で補間し、金属ターゲットの物理的形状を反映した可視化情報と特徴量の算出を試みたのでここに報告する。

## 2. 供試実験装置

本研究で試作した磁気センサーはFig.1に示すように励磁コイル上に3個の差動コイル設けた多段型である。

本実験では供試金属缶をセンサー内へ落下させてターゲットの特徴量を算出する。供試金属缶の落下に拠る個々の差動コイルセンサー出力信号から信号を補間することを考える。差動コイルを形成するサーチコイルは上段、中段、そして下段の3個を設置した。

Table 1は供試センサーの仕様を示す。

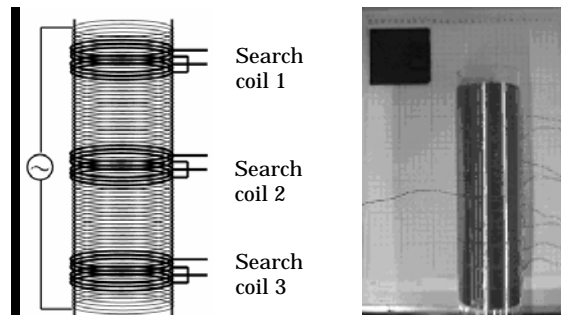


Fig.1 Schematic Diagram of the Tested Sensor

Table 1 Specification of the Tested Sensor

	Exciting coil	Single Search coil
Number of Turns	520	40

### 3. 波動方程式を用いた信号の可視化

供試金属缶をセンサー内へ落下させた状態を動画として可視化画像化することを考える。

センサーコイルから得られる信号は3個であり、この3個の信号から画像を作成し、各画像を動画の一フレームとすれば、動画として粗い可視化画像となる。このため、3個の信号を補間し、連続信号として動画を作成することを考える。センサーは空間位置  $x$  に沿って配置され、信号は時間  $t$  の関数であるから、全体のセンサー信号を補間する方法として波動方程式を用いることになる。

#### 3.1 波動方程式

##### 3.1.1 概念

全センサーを通して、センサーコイルである差動コイルから得られた出力信号を補間することを考える。サーチコイルは空間的に位置が異なるから単純な線形補間は無意味である。これは、センサー出力信号が時間的・空間的に変化する信号であるため、変数が時間と空間で2個であることに起因する。時間と空間を含み移動を表す代表的関数は波動関数である。波動関数を表す方程式が波動方程式である。ここでは波動方程式を用いて差動コイルの出力信号を時間・空間の両者を勘案して補間する。

波動とは、ある時系列信号が与えられた場合、信号に空間の位置情報を与える変数  $x$  と時間  $t$  が同時に変化することで波が空間的・時間的に移動することである。

ごく単純な信号である式(1)の正弦波を例に取り波動方程式を考える。

$$f(t) = \sin(t) \quad (1)$$

式(1)で、空間の位置変数  $x$  を勘案すると、波動は式(2)のように表すことができる。

$$f(t-x) = \sin(t-x) \quad (2)$$

ターゲットの移動は  $x$  が変化すると同時に時間  $t$  も変化するから、 $t-x$  が一定となり、Fig.2のように波が移動する。これを波動と呼び、波の山が空間的に移動する。このようにターゲット缶の落下は時間と共に位置が変化するので波動方程式で表現できる。

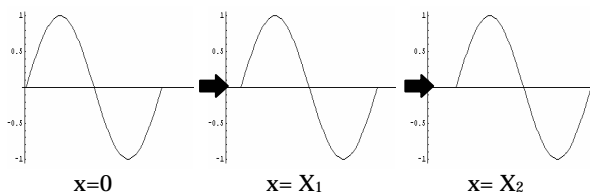


Fig.2 Illustration of Wave Motion

##### 3.1.2 フーリエ級数による表現

実際に得られる3個の出力信号はそれぞれ異なる波形である。そのため、個々の信号を単純な正弦波の波動方程式では表現できない。従って、ここでは個々のセンサーで得られる信号をフーリエ級数で表現し、波動方程式で補間することを考える。

出力信号1を  $f_1(t)$  とし、フーリエ級数で表すと式(3)となる。

$$f_1(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^T \{a_n \cos(nw_0t) + b_n \sin(nw_0t)\} \quad (3)$$

ただし、

$$a_0 = \frac{1}{T} \sum f_1(t) \quad , \quad a_n = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^T f_1(t) \cos(nw_0t),$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^T f_1(t) \sin(nw_0t) \quad (4)$$

である。

この式(3)を3.1.1で述べたように波動方程式で表すと、式(5)となる。

$$f_1(t-x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^T \{a_n \cos(nw_0(t-x)) + b_n \sin(nw_0(t-x))\} \quad (5)$$

3.1.1で述べたように式(5)の  $x$ 、 $t$  を変化させると、 $f_1(t-x)$  は波動的に移動する。このように、信号をフーリエ級数で高次の周波数まで勘案しているため、複雑な波形の信号でも波動方程式で表現される。

##### 3.1.3 波形の変形

3.1.2の波動方程式を用いて  $f_1(t)$  と出力信号2である  $f_2(t)$  間を補間することを考えた場合、空間的変位による補間のみならず、時間的変位による補間もなくてはならない。換言すれば、波を位置に対して単純に平行移動させるだけでなく波形を変形させる必要がある。波形を変形させるためには、式(5)のフーリエ級数の各高調波次数を位置に対して変化させることで実現可能である。

すなわち、波形の変形は、 $f_1(t)$  の高調波次数を  $f_2(t)$  の高調波次数へ位置  $x$  に関して線形的に変化させることを意味する。

出力信号  $f_2(t)$  の高調波次数は式(4)と同様に次のように表すことができる。ただし、空間的変位によるパラメータを削除する必要があるため、 $f_2(t)$  は式(5)で述べた波として  $f_1(t)$  の位置にまで移動させておき、そのときの信号を  $f_2'(t)$  とする。

$$A_0 = \frac{1}{T} \sum f_2'(t) \quad , \quad A_n = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^T f_2'(t) \cos(nw_0t),$$

$$B_n = \frac{2}{T} \sum_{n=1}^T f_2'(t) \sin(nw_0t) \quad (6)$$

式(4)から得られた $f_1(t)$ の各高調波次数の振幅を式(6)から得られる各高調波次数へと線形補間することで波形を変形していくことができる。すなわち、 $f_1(t)$ から $f_2(t)$ までの距離 $x$ 間で各高調波間を一次関数として線形補間する。各高調波次数を線形補間してできるフーリエ係数行列 $R$ 、 $I$ 、 $C$ は式(7)のように表すことができる。ここで、 $m$ は補間点数である。

$$\begin{aligned} R_1 &= [a_1, a_2, \dots, a_n] & I_1 &= [b_1, b_2, \dots, b_n] \\ &\vdots & &\vdots \\ R_m &= [A_1, A_2, \dots, A_n] & I_m &= [B_1, B_2, \dots, B_n] \\ C_1 &= [a_0] \\ &\vdots \\ C_m &= [A_0] \end{aligned} \quad (7)$$

これらのフーリエ係数行列 $R$ 、 $I$ 、 $C$ の第1行から $m$ 行まで順に取り出すことで、 $f_1(t)$ から $f_2'(t)$ までの高調波次数を得ることが出来る。

### 3.1.4 波動方程式

3.1.2の波動と3.1.3の波形の変形を組み合わせることで全体のセンサー信号を時間・空間に関して補間した波動方程式が完成する。すなわち、式(4)のフーリエ級数表現で、 $x$ が $x/m$ 移動することに、式(6)のフーリエ係数行列から逐次1行ずつ各高調波へ代入で補間される。以上の結果は式(7)の波動方程式で整理される。

$$w_m(t-x) = \frac{1}{2}C_m + \sum_{n=1}^T \{R_n \cos(nw_0(t-x_m)) + I_n \sin(nw_0(t-x_m))\} \quad (8)$$

式(8)の波動方程式から $f_1(t)$ と $f_2(t)$ を第 $m$ 項まで補間すると、補間データ $W$ は式(9)の $m \times n$ の2次元データとなる。

$$\begin{aligned} W_1 &= [w_1(1), w_1(2), \dots, w_1(n)] \\ W_2 &= [w_2(1), w_2(2), \dots, w_2(n)] \\ &\vdots \\ W_m &= [w_m(1), w_m(2), \dots, w_m(n)] \end{aligned} \quad (9)$$

### 3.2 ターゲットの波動方程式による可視化

全センサー信号を波動方程式によって補間したデータ $W$ はコイル間の空間を補間している。 $W_m$ は上から $m$ 番目のセンサーコイルから得られる出力信号の波形である。これがある時間における出力信号の波形が、すなわち、センサーのある任意の時間における出力信号を表すためには、式(9)を転置して得られることを意味し、その瞬時値は式(10)、(11)で与えられる。

$$S = W^T \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S_1 &= [w_1(1), w_2(1), \dots, w_m(1)] \\ S_2 &= [w_1(2), w_2(2), \dots, w_m(2)] \\ &\vdots \\ S_n &= [w_1(n), w_2(n), \dots, w_m(n)] \end{aligned} \quad (11)$$

### 3.3 ターゲットの長さの算出

ターゲットの長さを算出するには、センサーである差動コイルの特性を把握する必要がある。差動コイルの出力は一对の同一コイル間の差動電圧であるため、最大出力はコイル間の誘起電圧が最大となる場合である。これはターゲットが差動コイル内においてFig.3にある状態を意味する。

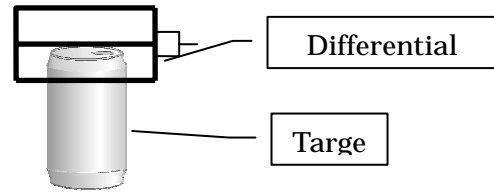


Fig.3 The Sensor Coils and Target Positions while Outputting the Maximum Sensor Signal

すなわち、差動コイルの中心部にターゲットが位置しているとき、差動コイル出力が最大となる。波動方程式でターゲットは可視化されるから、ターゲットの長さは波動のピーク間距離に対応する。

## 4. 実験

### 4.1 波動方程式による可視化

本実験で使用したターゲット缶をFig.4に示す。



Fig.4 Tested Target Can

ターゲット缶を落下させ、得られたセンサー出力信号の実効値を算出し、3.1で述べたように波動方程式で補間した。補間点数は $m=64$ として、3.2で述べたようにターゲットの状態を波動で可視化した。ターゲットがセンサーに到達した時点、中心、そして通過する瞬間の3波形をFig.5に示す。

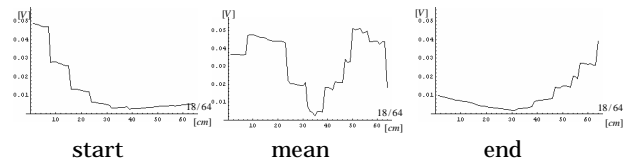


Fig.5 Output of Sensor at Each Position

### 4.2 ターゲット長の算出

3.2で述べたように波動の形状からターゲットの長さを算出する。長さの算出は一枚の可視化データのみで算出できるが、複数の可視化データを用いて誤差を平均化

した。すなわち、センサー内にターゲット全体が位置している場合の全ての波動波形から算出した平均値からターゲット長を算定した。

Table 2 に結果を示す。

Table 2 The Length of Target

Measure Value	Calculating Value
12 cm	12。 12 cm

#### 参考文献

- 1) 妹尾 勇: 「信号認識と磁気センサー」, 2001 年度法政大学大学院工学研究科修士論文。
- 2) 木村祐二: ライン信号の可視化と信号認識、可視化情報学会誌、 Vol.24、 No.1(2004) pp.235-238

キーワード.

---

波動方程式、センサー信号可視化、磁気信号

-----

**Summary.**

**Visualization of Moving Object by Wave Equation**

Yuji Kimura    Seiji Hayano    Yoshifuru Saito  
Graduate School of Engineering, Hosei University

To work out a tough and economical automatic cans classification system , we have previously proposed a magnetic sensor system along with signal visualization methodology. Even though this system is tough and economical , relatively long CPU time is required to visualize the sensor signals.

To overcome this problem ,in this paper, we have tried to find the characterizing parameters of cans. As a result , it is found that the characterizing parameters of cans are simply the length evaluated by the visualized wave forms. Increasing the sensor coils along with the target cans passing through the sensor coils makes it possible to evaluate the length of cans. Thus, we have succeeded in developing the second stage of the full automatic metallic cans classification device.

**Keywords.**

Wave equation , Visualization of sensor signal , Magnetic sensor