

準3次元モデルによる3次元電流分布の可視化

穴吹 幸彦 早野 誠治 齋藤 兆古
法政大学大学院工学研究科電気工学専攻

電気電子機器周辺の局所的磁界分布から磁界源である電流分布が一意的に求められれば、電気電子機器周辺全ての磁界分布が計算可能となり、電磁環境問題解決の方法が確立する。すなわち、局所的に与えられた電磁界分布から電磁界源分布を求める源推定に関する逆問題が解析可能であれば、真に環境にやさしい電気電子機器が設計製造可能となる。本稿では、立方体内の3次元電流分布を可視化する方法として、立方体内を直交する3平面(x_y 、 x_z 、 y_z)に平行な2次元平面に分割し、立方体の各側面で得られる2次元磁界分布から3平面に平行な2次元平面の電流分布をそれぞれ求める準3次元モデルを提案する。

1. 緒論

立方体内の電流分布を推定することは、現代の電気・電子機器内の欠損部分を探查することや、EMC問題の検査をする上で最も重要なことである^{1,2)}。また、現代の電気・電子機器はほぼ完全な密閉構造をしており、その内部を調べるには機器そのものを破壊、分解しなくてはならない。機器を分解せずに、立方体内の電流分布を推定するためには、本質的には逆問題を解くことになる。なぜならば、電気・電子機器周辺から放射される磁界の全てを測定することは不可能であり、これらの局所的に測定された磁界からこれらの磁界源である電流分布を計算しなければならないからである。

多くの逆問題は $\mathbf{Y}=\mathbf{C}\mathbf{X}$ という不適切な線形システム方程式の解として解かれる。ここで、 \mathbf{Y} は n 次の測定された電磁界ベクトル、 \mathbf{X} は m 次の電磁界源ベクトル、そして \mathbf{C} は n 行 m 列のシステム行列であり、電磁界と電磁界源の関係を表すグリーン関数で構成されている。多くの場合、未知数の数 m の方が既知である数 n よりもはるかに多い。このように、立方体内の電流分布を推定することは、不適切な線形システム方程式 $\mathbf{Y}=\mathbf{C}\mathbf{X}$ を解くことに帰する。

本論文では、立方体の6面で局所的に測定された2次元平面上の磁界分布全てを連立した線形システムの解として立方体各面に平行な2次元断面の電流分布を計算し、得られた2次元電流をベクトル的に合成して準3次元電流ベクトルを可視化する。立方体6面上で測定される磁界分布から立方体各面に平行な2次元断面の電流分布を求める問題は不適切な線形システムを解くことに帰する。この不適切な線形システム方程式のソルバーとして一般化ベクトルサンプルドパターンマッチング法(Generalized Vector Sampled Pattern Matching Method、以下GVSPM法と略記)を採用する³⁾。

2. GVSPM法

2.1 不適切な線形システム方程式

(1)式で与えられる一般的な線形システム方程式を考える。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}, \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{Y} は n 次の入力ベクトル、 \mathbf{X} は m 次の解ベクトル、そして \mathbf{C} は n 行 m 列のシステム行列であり、多くの場合 $m > n$ である。(1)式は(2)式のように書き直すことも可能である。

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{C}_i, \\ \mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_m]^T, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2 \quad \dots \quad \mathbf{C}_m] \quad (2)$$

さらに(2)式の両辺を入力ベクトルと列ベクトル、それぞれのノルムで正規化して(3)式を得る。

$$\frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} = \sum_{i=1}^m x_i \frac{|\mathbf{C}_i|}{|\mathbf{Y}|} \frac{\mathbf{C}_i}{|\mathbf{C}_i|} \quad \text{or} \quad \mathbf{Y}' = \mathbf{C}'\mathbf{X}' \quad (3)$$

2.2 評価関数

(2)式は入力ベクトル \mathbf{Y} が必ずシステム行列の列ベクトル \mathbf{C}_i の線形結合で与えられることを意味する。したがって、 k 回目の反復解 $\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}$ と入力ベクトル \mathbf{Y} 間の角度の余弦成分

$$f(\mathbf{X}^{(k)}) = \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} \cdot \frac{\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}|} = \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(k)}}{|\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(k)}|} \rightarrow 1 \quad (4)$$

となる解ベクトル $\mathbf{X}^{(k)}$ を得る。反復計算の初期値を $\mathbf{X}^{(0)}$ とすると(5)式を得る。

$$\mathbf{X}^{(0)} = \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' \quad (5)$$

反復計算の初期値 $\mathbf{X}^{(0)}$ が(5)式で与えられるとすると、正規化された入力ベクトル \mathbf{Y}' の第一次偏差 $\Delta\mathbf{Y}'^{(1)}$ は

$$\Delta\mathbf{Y}'^{(1)} = \mathbf{Y}' - \frac{\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(0)}}{|\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(0)}|} \quad (6)$$

となる。したがって、 k 回目の解ベクトル $\mathbf{X}^{(k)}$ は(7)式で与えられる。

$$\begin{aligned}\mathbf{X}'^{(k)} &= \mathbf{X}'^{(k-1)} + \mathbf{C}'^T \Delta \mathbf{Y}'^{(k-1)} \\ &= \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' + \left(I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k-1)}|} \right) \mathbf{X}'^{(k-1)}\end{aligned}\quad (7)$$

2.3 収束条件

(7)式で解が収束する条件は状態遷移行列 S

$$\begin{aligned}S &= I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k-1)}|} = I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{Y}'^{(k-1)}|} \\ &= I_m - \mathbf{C}'^T \mathbf{C}'\end{aligned}\quad (8)$$

の最大固有値が1より小さいことである。行列 S の固有値を λ とすると(9)式を得る。

$$|\lambda I_m - S| = \begin{vmatrix} \lambda & \varepsilon_{12} & \cdot & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \lambda & \cdot & \varepsilon_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varepsilon_{m1} & \varepsilon_{m2} & \cdot & \lambda \end{vmatrix} = 0\quad (9)$$

ここで ε_{ij} は $\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'$ の性質から必ず大きさが1未満である。

$$|\varepsilon_{ij}| < 1, \quad i=1,2,\dots,m, \quad j=1,2,\dots,m\quad (10)$$

固有値 λ は(9)式を満たすが、仮に $|\lambda| > 1$ とすれば $|\varepsilon_{ij}| < 1$ からこの行列式の各列ベクトルは必ず1次独立になり行列式の値は零になり得ない。これは矛盾なので $|\lambda| < 1$ となる。このため、(9)式の条件は常に成り立ち(7)式は絶対に安定な反復解を与える。これは、状態遷移

行列 S の最大絶対値を持つ対角要素が近似的に最大固有値に等しいためである。

3. 四角形ループ電流モデル

磁界源推定問題を考える上で、電流が存在するとする対象領域をFig.1のように離散化する。この離散化された個々の領域に閉ループ電流を考える。

ここでは、対象領域を四角形で離散化することを考える。点 P_2 から点 P_1 に流れる線電流によって生じる磁界 \mathbf{H}_{12} をFig.2に示す。磁界 \mathbf{H}_{12} はビオサバルの法則によって得られる。すなわち、(11)式が電流と磁界の関係を与える。

$$\mathbf{H}_{12} = \frac{i_m}{4\pi |\mathbf{s} \times \mathbf{r}_2|^2} \left(\frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{s}}{|\mathbf{r}_2|} - \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{s}}{|\mathbf{r}_1|} \right) \mathbf{s} \times \mathbf{r}_2\quad (11)$$

ここで \mathbf{r}_1 と \mathbf{r}_2 はそれぞれ点 P_1 と点 P_2 から点 P_r へのベクトルである。さらに、 \mathbf{s} は電流の方向を示す単位ベクトルである。四角形要素を考える場合、4個の線電流がそれぞれ磁界源となる。それ故、点 P_r における全体の磁界

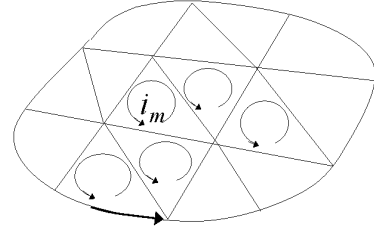


Fig. 1 Closed-loop Currents in the Target Region

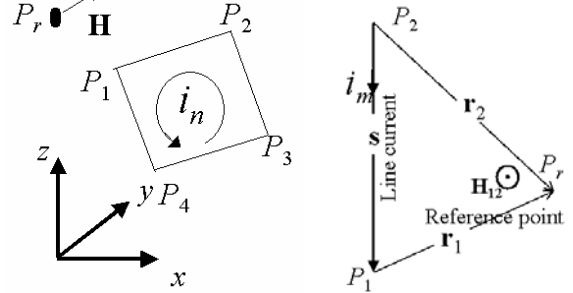


Fig. 2 Rectangular Loop Current Element. Left: Four Line Currents Representing Rectangular Loop Current. Right: Calculation of Magnetic Field Caused by the Line Current from P_2 to P_1

\mathbf{H} は4個の線電流の重ねあわせで得られる。すなわち、

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{12} + \mathbf{H}_{23} + \mathbf{H}_{34} + \mathbf{H}_{41}\quad (12)$$

ここで \mathbf{H}_{23} と \mathbf{H}_{34} と \mathbf{H}_{41} はそれぞれ $P_3 \rightarrow P_2$ 、 $P_4 \rightarrow P_3$ と $P_1 \rightarrow P_4$ の線電流から生じる磁界を示す。すなわち、(12)式は同じ式で表される⁴⁾。

4. 3次元電流分布推定

4.1 シミュレーション

Fig.3のように縦、横、高さをそれぞれ10cmとする立方体を考える。シミュレーションによる電流分布をFig.4のように設定し、この電流分布から四角形ループ電流モデルを用いて立方体の6側面に垂直方向の磁界をそれぞれ計算する。

磁界の測定点数は1面で $10 \times 10 = 100$ 点、全体で $6 \times 100 = 600$ 点とする。Fig.3のように立方体内を xy 方向の2次元平面に分割し、それぞれの平面に対して得られた磁界を全て連立して電流分布を計算する。同様に xz 平面と yz 平面についても電流分布を求める。

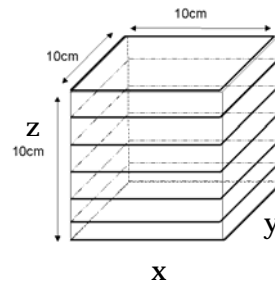


Fig.3 Square Cubic Box Model

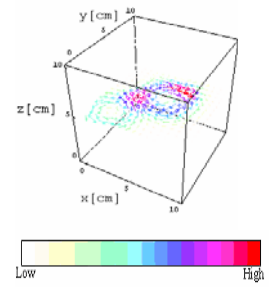


Fig.4 Correct Current Distribution

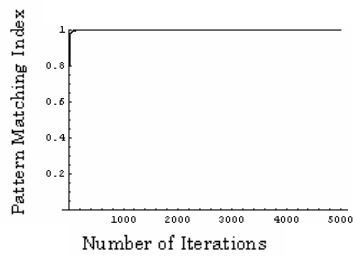


Fig. 5 Convergent Process of the GVSPM Objective Function (PMI) in (4)

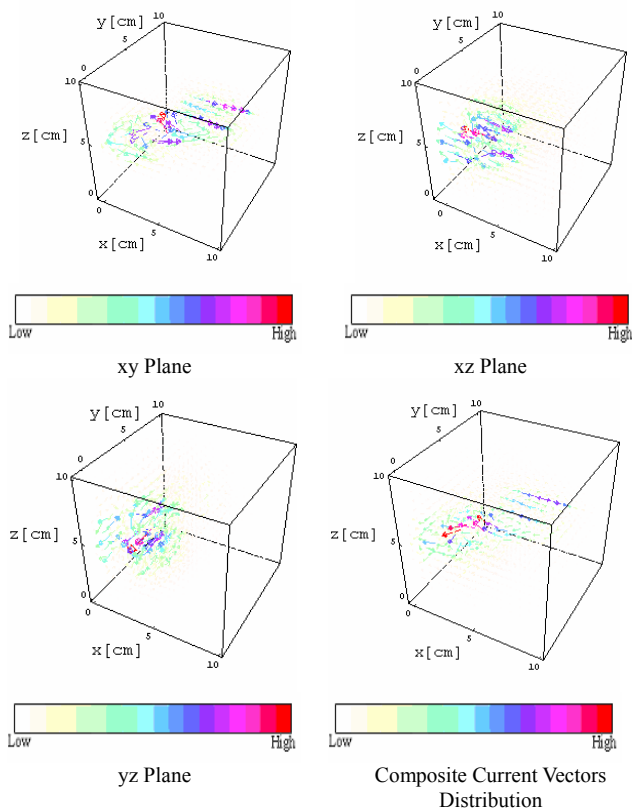


Fig.6 Simulated Results by the GVSPM Method

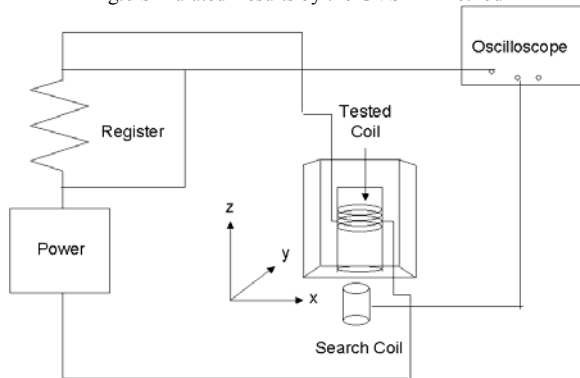


Fig.7 Schematic Diagram of Experiment

ここで、GVSPM法の収束性に注目する。GVSPM法で、評価関数は(4)式となり(これをパターンマッチング指数と呼ぶ、Pattern Matching Index、以下PMIと略記)、このPMI

が解の妥当性に対する評価基準になる⁵⁾。すなわち、PMIが1に近ければ解は高い信頼性を有する。このことから、PMIを解に対する重みとして用いることを考える。PMIが0.95以下の解にはPMI値の100分の1を重みとする。PMIの例として、立方体をxy平面で15分割したときの中心(下から8番目)の平面に関して電流分布を求めた場合のPMIをFig.5に示す。Fig.5で、反復回数(同図横軸)は5000回とした。

最後にこれらの直交する3平面で解いた電流ベクトルを合成し3次元電流ベクトル分布を得る。Fig.6に互いに直交する3面で得られた電流ベクトル分布と全てを合成して得られた結果を示す。電流分布の推定点数は1面につき $15 \times 15 = 225$ 点とし、立方体内を15面に分割したので $15 \times 225 = 3375$ 点である。

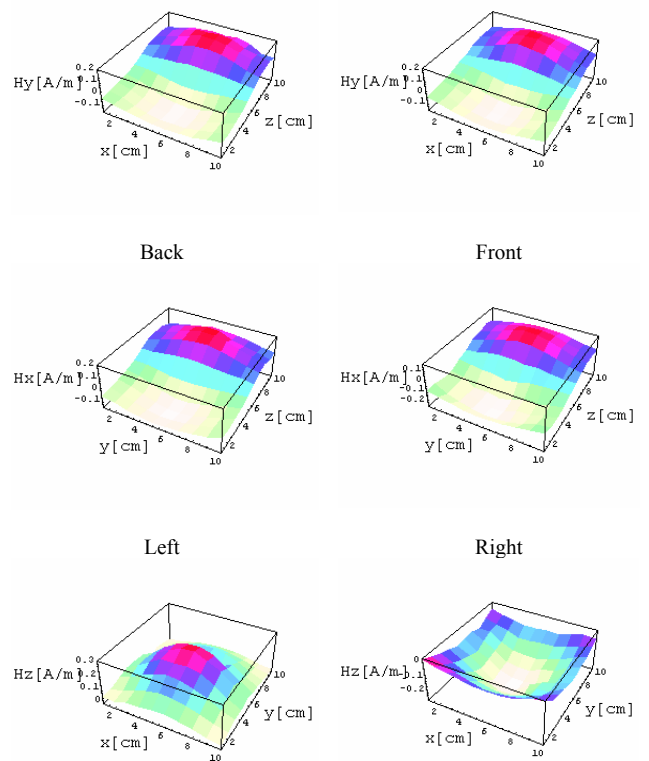


Fig.8 Magnetic Field Distributions at each of the Different Measured Planes

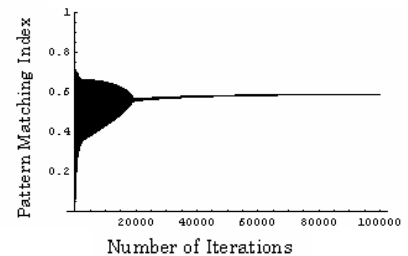


Fig. 9 Convergent Process of the GVSPM Objective Function (PMI) in (4)

4.2 実験

Fig.7 に示すように、励磁コイルとして 50 回巻きの有限長ソレノイドコイルを採用し、これに周波数 10kHz の電流を 0.02A 通電した。縦、横、高さがそれぞれ 10cm の立方体中に励磁コイルを設置し、立方体の 6 面、それぞれへ垂直方向の磁界分布を縦・横 $10 \times 10 = 100$ 点で測定した。抛って、全体の磁界測定点数は $6 \times 10 \times 10 = 600$ 点である。Fig.8 に立方体 6 面、それぞれで測定された磁界分布を示す。シミュレーションと同様にこれらの磁界を連立し、 xy 平面、 xz 平面、 yz 平面に平行な面の電流分布を、GVSPM 法を用いて推定する。シミュレーション同様に PMI を解の重みとする。ここでも、GVSPM 法によって得られた解に対して PMI を重みとする。PMI の収束例を Fig.9 に示す。反復回数(同図横軸)は 100000 回とした。シミュレーションの場合と同様にして計算された結果を Fig.10 に示す。

5. まとめ

本論文では電流分布モデルとして、完全に空間を埋め尽くす四角形ループ電流モデルを採用した。線形システム方程式のソルバーとして GVSPM 法を用いた。立方体内の 3 次元電流分布を推定するため、立方体内を直交する 3 平面(xy 、 xz 、 yz 平面)に平行な 2 次元平面に分割し、立方体表面に垂直方向磁界から面に平行な 2 次元平面の電流分布を求めた。直交する各面の電流ベクトル分布を PMI を重みとして合成し、3 次元電流ベクトル分布を得た。その結果、以下の 2 点が明らかとなった。

- 1) シミュレーションでは、測定磁界にノイズを含まないため、PIM はほぼ 1 に収束し、PMI を重みとすることで比較的良好に 3 次元電流ベクトル分布が可視化された。
- 2) 実際の実験では、磁界に含まれるノイズのため、PIM は反復回数を 100000 回としたが 1 に収束しなかった。しかし、PMI を重みとして採用することで収束性の悪い解の影響を削減できた。

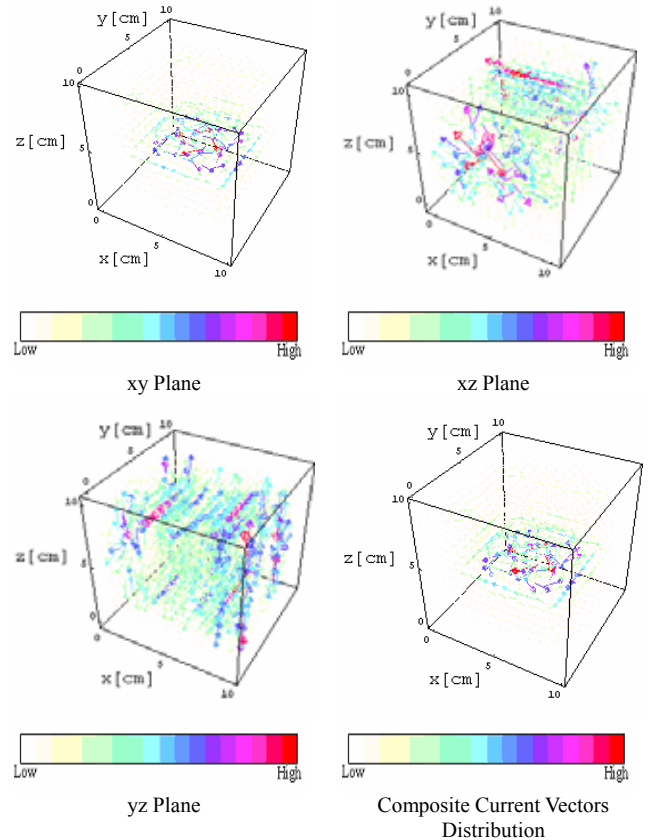


Fig.10 Computed Results by the GVSPM Method

参考文献

- [1] T.Do, S.Hayano and Y.Saito, "Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching," Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, April, (1996), pp.5214-5216.
- [2] 山本彦文, 田中豊, 新井和吉, 鈴木隆司, "気泡除去装置内旋回流の数值解析(気泡除去性能の評価)", 法政大学計算科学研究センター研究報告第 12 巻, 1999 年.
- [3] Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Do, S.Hayano and Y.Saito, "Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-33, No.5, Sep,(1997), pp.4008-4010.
- [4] 関島大志郎, 宮原晋一郎, 早野誠治, 齋藤兆古: 「準 3 次元電流分布推定法に関する研究」, 電気学会論文誌 A, 120-A, 907 (2000).
- [5] Hisashi Endo, Toshiyuki Takagi, and Yoshifuru Saito, "A New Current Dipole Model Satisfying Current Continuity for Inverse Magnetic Field Source Problems," CEFC1306, Jun,(2004).
- [6] 武居昌宏, 李輝, 越智光昭, 齋藤兆古, 堀井清之: サンプルパターン・マッチング法による固気二層流 CT 画像の再構成, 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.9 (2002) pp.71-78.

キーワード.

EMS、電磁界の可視化、逆問題のGVSPM法

Summary.

Three Dimensional Current Visualization by Semi-three Dimensional Model

Yukihiko Anabuki Seiji Hayano Yoshifuru Saito
Graduate School of Engineering, Hosei University

In recent years, faulty operation by mutual interference among electric and electronic devices has become a social problem, which is occurred by widely spreading in use of the personal computers and cellular phones. This is a typical EMC(Electromagnetic Compatibility) problem. The electromagnetic field visualization in the electronic devices is of paramount importance to checking up the EMC problem for developing and designing the modern electronic devices. We have studied the visualization of the current distributions from the locally measured magnetic fields. In order to visualize the current distributions, it is intrinsically reduced into solving an ill-posed inverse problem. In this paper, we carried out the estimation of the three-dimensional current vector distributions with GVSPM method of inverse problem from the locally measured six two-dimensional magnetic fields around the square cubic box.

Keywords.

EMC, Electromagnetic field visualization, GVSPM method of inverse problem